

А. С. БЛОХИН, Н. С. БЛОХИНА, О. С. МАКАЕВА

**САМОВОЗБУЖДАЮЩИЕСЯ КОЛЕБАНИЯ В ЖИДКОСТИ  
ПРИ РАЗВИТОЙ КОНВЕКЦИИ**

(Представлено академиком А. М. Обуковым 18 VII 1972)

Рассматривается задача о конвективном движении тяжелой вязкой жидкости с квадратичной зависимостью плотности от температуры

$$\rho(T) = \rho(4^\circ \text{C}) (1 - \gamma(T - 4^\circ \text{C})^2). \quad (1)$$

Теоретическое исследование проникающей конвекции в массе воды, обладающей инверсией плотности, провели Veronis и Malkus. Они исследовали устойчивость решения уравнений Буссинеска для данного случая, применяя методику разложения по малому параметру (<sup>1, 2</sup>).

Мы исследовали численными методами двумерную задачу о конвективных течениях внутри прямоугольной полости высоты  $a$  и длины  $2a$ . Температура на нижней и верхней стенках предполагалась постоянной и равной  $8$  и  $0^\circ$  соответственно. На боковых стенках температура изменялась по линейному закону. В работе (<sup>3</sup>) приведена система уравнений термогидродинамики в приближении Буссинеска и граничные условия, соответствующие рассматриваемому нами случаю (в отличие от работы (<sup>3</sup>) нужно полагать  $0 \leq x \leq 2$  на левой стенке  $X = 0$ , на правой  $X = 2$ ).

Эта система уравнений и граничные условия заменялись разностной схемой и граничными условиями, описанными в работе (<sup>4</sup>). Расчеты проводились на ЭВМ БЭСМ-4 с использованием сетки  $17 \times 33$  и шагом по вре-

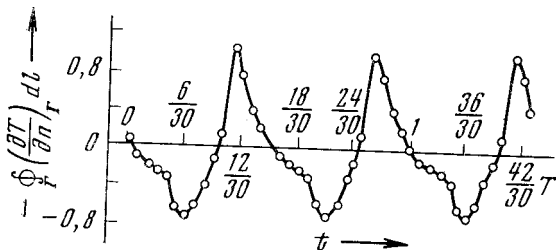


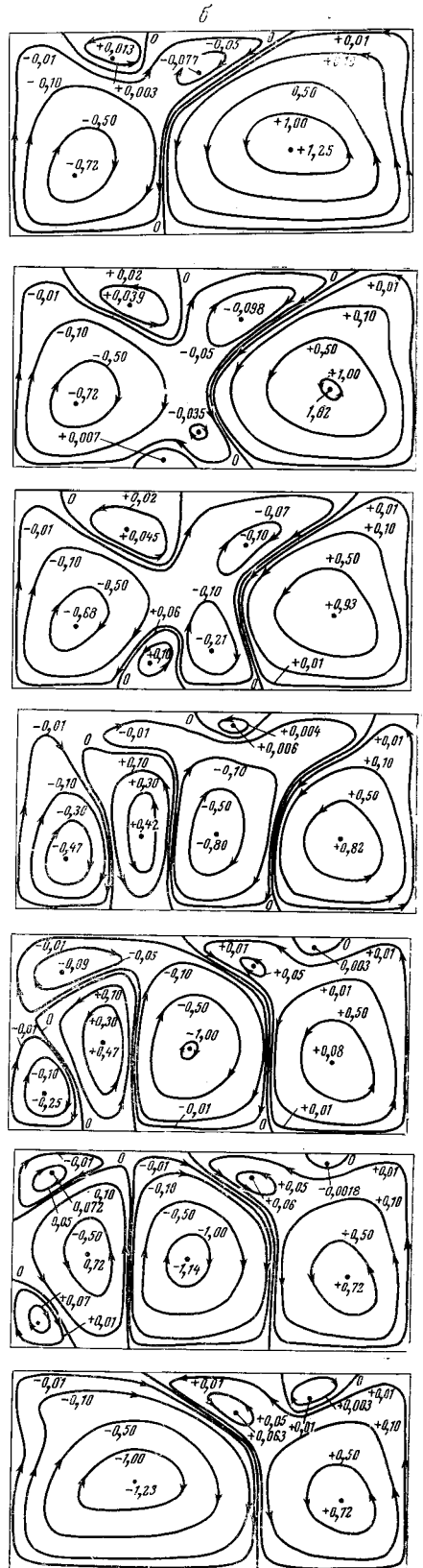
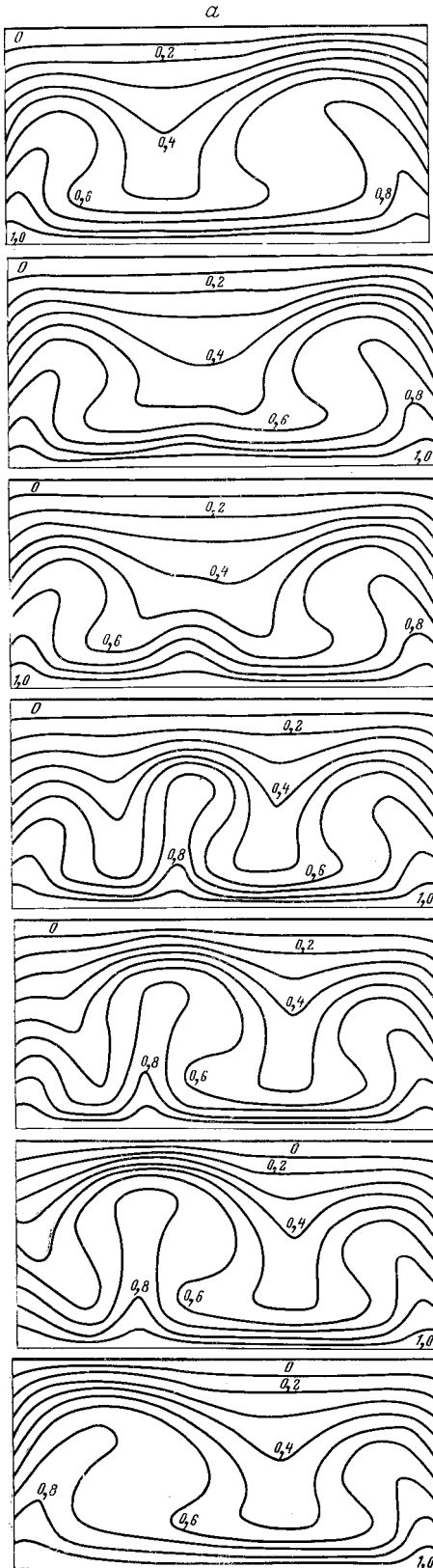
Рис. 1.  $\Gamma$  — замкнутый контур, состоящий из границ полости,  $\vec{n}$  — единичный вектор нормали к границе полости, направленный внутрь полости.

мени, равным  $1/1024$  единицам безразмерного времени. Рассчитывались варианты для чисел Грассхофа  $G = 3250, 3500, 4000$  и  $16\,000$ . Число Прандтля принималось равным  $P = 11,59$ , что соответствует температуре инверсии плотности воды. Задавая в начальный момент времени единую циркуляцию и линейный профиль температуры

$$T_0(x, y) = 1 - y, \quad (2)$$

$$\Psi_0(x, y) = (1 + \cos \pi(x - 0,5)) \cdot (1 + \cos 2\pi(y - 0,5)) \cdot (1 + 0,076 \cos \pi(x - 0,5) - 0,132 \cos 2\pi(y - 0,5)), \quad (3)$$

наблюдали за установлением тепловых потоков через стенки полости. После того, как течение вышло на стационарный режим при  $G = 3250, 3500, 4000$ , в полости образовалась двухъярусная симметричная система циркуляций (качественно картину течения можно получить из рис. 1 ( $G = 6000$ ) работы (<sup>3</sup>) растяжением вдоль горизонтальной оси в два раза).



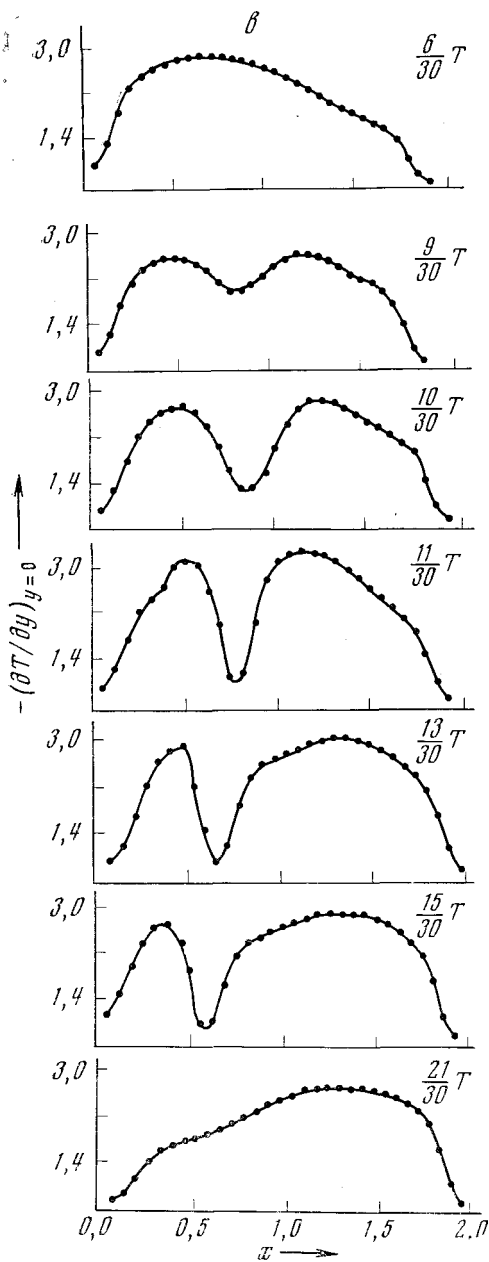


Рис. 2. а — кинограмма поля  $T$ , б — кинограмма поля  $\Psi$ , в — кинограмма  $-(\partial T(x, y) / \partial y) |_{y=0}$

энергия и создаются большие градиенты температуры. Когда градиенты температуры достигают критического значения, возникает конвективное движение, происходит разрыв слоя и небольшая масса перегретого воздуха выбрасывается вверх во второй ярус. В результате во втором ярусе нарушается сложившаяся система циркуляций и часть нагретого воздуха поступает в третий ярус. В нижние ярусы из верхнего поступают относительно холодные массы воздуха, которые приводят к охлаждению этих слоев и уменьшению градиента температуры. В нижнем слое временно коп-

При  $G = 16\,000$  тепловые потоки через стенки полости вышли на режим периодических колебаний с периодом  $T$ , равным 7,5 единицам безразмерного времени. На рис. 1 представлен график полного числа Нуссельта через стенки полости. Полный тепловой поток, пропорциональный числу Нуссельта, колеблется вокруг нулевого уровня с периодом, равным  $0,5T$ . За полупериод в полость вкачивается энергия  $\sim 0,69$ , а выкачивается  $\sim 0,74$ . За это время в полости накапливается энергия  $\sim 0,05$ . Это кажущееся нарушение закона сохранения энергии ( $\approx 7\%$ ) дает оценку точности вычислений.

На рис. 2 представлены кинограммы поля температуры, функции тока и градиента температуры на нижней стенке полости. Числа на этих рисунках означают значения этих полей в безразмерных единицах. Колебательное движение жидкости, исследованное в настоящей работе, обладает следующим свойством симметрии: поля функции тока и температуры в момент времени  $t$  и  $t - T/2$  получают друг из друга зеркальным отражением и заменой  $\Psi$  на  $-\Psi$ .

Мы полагаем, что автоколебательный процесс, выявившийся в наших расчетах, качественно укладывается в схему теплообмена с конвективной блокировкой, предложенную А. А. Скворцовым<sup>(5)</sup> и развитую С. В. Пшенай-Севериным<sup>(6)</sup>, для атмосферного слоя над нагретой подстилающей поверхностью. А. А. Скворцов предложил существование взаимодействующих ярусов. В нижнем слое накапливается тепловая

вективное движение затухает и вновь начинается накапливание тепловой энергии.

Действительно, кадр кинограммы  $t = {}^6/_{30}T$  (рис. 2) соответствует максимальной тепловой зарядке нижнего пристеночного слоя. Пробой пристеночного слоя начинается в области, где градиент температуры максимален. На кадрах  $t = {}^9/_{30}T - {}^{11}/_{30}T$  видно, как относительно быстро растет родившийся на стенке вихрь. На графике полного теплового потока (рис. 1) видно, что этот процесс разрядки  $t = {}^6/_{30}T - {}^{15}/_{30}T$  соответствует уменьшению теплового потока, выходящего из полости, от максимального значения ( $t = {}^6/_{30}T$ ) до нуля ( $t = {}^{10}/_{30}T$ ) и относительно быстрому процессу вкачки энергии в полость ( $t = {}^{10}/_{30}T - {}^{15}/_{30}T$ ). Кадры  $t = {}^{16}/_{30}T - {}^{21}/_{30}T$  соответствуют относительно медленно меняющейся картине движения внутри полости (вследствие этого кадры кинограммы с момента времени  $t = {}^{16}/_{30}T$  по  $t = {}^{20}/_{30}T$ , а также кадры  $t = {}^7/_{30}T, {}^8/_{30}T, {}^{12}/_{30}T$  и  ${}^{14}/_{30}T$  из рис. 2 исключены). Как видно из рис. 1, этот период соответствует выкачке тепла из полости.

Интересно представить некоторые величины, характеризующие самовозбуждающиеся колебания в размерных единицах. При  $G = 16\,000$  и кинематической вязкости  $\nu = 0,016$  см<sup>2</sup>/сек при 4° сторона квадрата  $a$  равна 2,04 см, период самовозбуждающихся колебаний  $T = 32,6$  мин., максимальная скорость движения частиц в полости  $v_{\max} = 4 \cdot 10^{-2}$  см/сек. Энергия, которая вкачивается и выкачивается из полости в течение полупериода колебаний, — 2,1 кал/см (так как решалась двумерная задача, то эта энергия приходится на единицу длины вдоль оси координат, перпендикулярной к полости, в которой происходит движение).

Результаты настоящей работы качественно согласуются с результатами экспериментальных работ, в которых исследовалось влияние конвекции в слое талой воды на процесс таяния. Во-первых, наблюдаемое возникновение двухъярусной ячеистой системы циркуляции, которая приводит к образованию периодической системы бугров и впадин на поверхности льда, как при таянии снизу, так и при таянии сверху согласуется с результатами работ (7, 8). Во-вторых, возникновение самовозбуждающихся колебательных движений в слое талой воды при достаточно большой толщине этого слоя, вследствие чего разрушается правильная периодическая структура на поверхности льда, также согласуется с данными работ (7, 8). При этом скорость движения межфазной поверхности вода — лед должна испытывать осцилляции, как это установлено в экспериментальной работе (9).

Автоколебательное движение при конвекции в жидкости с линейной зависимостью плотности от температуры исследовалось также численными методами в работах (4, 10). Ранее Н. Л. Бызова (11) экспериментально обнаружила самовозбуждающиеся колебания конвективных потоков и температур в сосуде размером  $10 \times 30 \times 40$  см<sup>3</sup>, а В. В. Шулейкин (12) привел пример подобных самовозбуждающихся колебаний при крупномасштабных движениях в атмосфере.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
16 VI 1971

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> G. Veronis, *Astrophys. J.*, **137**, 641 (1963). <sup>2</sup> W. Malkus, G. Veronis *Fluid Mech.*, **J.**, **4**, № 3, 225 (1958). <sup>3</sup> А. С. Блохин, Н. С. Блохина, ДАН, **193**, № 4, 805 (1970). <sup>4</sup> Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий, Е. А. Тарунин *Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа*, № 5, 56 (1966). <sup>5</sup> А. А. Скворцов *Изв. АН СССР, сер. геофизич.*, № 6, 60 (1954). <sup>6</sup> С. В. Пшенай-Северин, ДАН **193**, № 4, 808 (1970). <sup>7</sup> Yin Chao Yen, *Phys. Fluids*, **11**, № 6, 1263 (1968). <sup>8</sup> Yin Chao Yen, F. Galea, *Phys. Fluids*, **12**, № 3, 509 (1969). <sup>9</sup> D. V. Boger, *I. W. Westwater*, *Trans. ASME, Ser. C*, **89**, 81 (1967). <sup>10</sup> Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий, Е. А. Тарунин, *Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа*, № 6, 9 (1966). <sup>11</sup> Н. Л. Бызова, ДАН, **72**, № 4, 675 (1950). <sup>12</sup> В. В. Шулейкин, ДАН **72**, № 4, 679 (1950).