Доклады Академии наук СССР
1974. Том 215, № 2

УДК 533.6.01:51 **ФИЗИКА**

Б. В. АЛЕКСЕЕВ, Г. В. НЕСТЕРОВ

О СТАЦИОНАРНОМ СОСТОЯНИИ ЭЛЕКТРОНОВ В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

(Представлено академиком А. А. Дородницыным 6 XII 1972)

Рассмотрим пространственно-однородное стационарное состояние электронов, составляющих примесь к нейтральному газу, $n_e \ll n_a$ *, в сильном электрическом поле. Упомянутая задача составляет предмет исследования (в рамках методов возмущений) значительного числа работ, из которых здесь отметим ([1-4]).

Существует возможность точного численного решения задачи без использования разложения искомой функции в ряд по параметру малости, связанному с отношением масс заряженной и нейтральной частиц. Алгоритм численного решения задачи методом Монте-Карло заключается в следующем:

1) Длина пробега до ближайшего столкновения **, если $v_e \gg v_a$, $l = (\pi n_a \sigma_{ea}^2)^{-1}$, а путь s, пройденный электроном до столкновения,

$$s = -l \ln \Gamma_1,$$

где Γ_1 — случайное число с равномерным на отрезке (0, 1) законом распределения. Время пробега t_c электрона в электрическом поле, напряженность которого E_x, находим из уравнения

$$2a_x s = (v_{ex}^0 + a_x t_c)(v_e^{02} + 2v_{ex}^0 a_x t_c + a_x^2 t_c^2)^{1/2} - v_{ex}^0 v_e^0 +$$
$$+ (v_e^{02} - v_{ex}^{02}) \ln\{[(v_e^{02} + 2v_{ex}^0 a_x t_c + a_x^2 t_c^2)^{1/2} + a_x t_c + v_{ex}^0](v_e^0 + v_{ex}^0)^{-1}\},$$
$$a_x = eE_x/m_e.$$

Отметим, что в случае $v_e \sim v_a$, для определения t_c необходимо найти решение обыкновенного дифференциального уравнения

$$dt/d\psi = -l(v_e(t))/v_e(t),$$
$$\psi = 0, \quad t = 0; \quad \psi = \ln \Gamma, \quad t = t_c.$$

Однако в достаточно сильных электрических полях соотношение $v_e \gg v_a$ выполняется практически для всех пробных частиц в ансамбле.

2) Находим скорость электрона перед столкновением.

3) Пусть f_a — максвелловская функция распределения частиц фона. Взаимное влияние пробных частиц не учитываем. Распределения по φ_a, θ_a нейтральных частиц, сталкивающихся с пробными, имеют соответственно вид

$$w_1(\varphi_a) = (2\pi)^{-1}, \quad w_2(\theta_a) = {}^1/_2 \sin\theta_a$$

или

$$\varphi_a = 2\pi\Gamma_2, \quad \theta_a = \arccos(1 - 2\Gamma_3).$$

Выборка случайной величины $\hat{v}_a$ производится по методу Неймана (Γ_4, Γ_5) в соответствии с ее условной плотностью вероятности

$$w = \frac{4\exp(-\hat{v}_a^2)\hat{g}_{ea}\hat{v}_a^2}{\exp(-\hat{v}_e^2) + \hat{v}_e^{-1}(2\hat{v}_e^2 + 1)\operatorname{erf}(\hat{v}_e)},$$

* Здесь и далее обозначения общепринятые (см., например, ([1])).

** Далее используем в качестве модели упругого взаимодействия частиц модель твердых упругих сфер.

причем интервал изменения модуля безразмерной скорости полагается равным $0\leqslant\hat{v}_a\leqslant 5$ (здесь за масштаб скорости взята величина $(2kT_a/m_a)^{1/2}$).

4) Скорость электрона $\mathbf{v}_e'$ после столкновения

$$v_{ex}'=v_{ex}M_e+(v_{ax}+g_{ea}\cos\theta_g\cos\varphi_g)M_a,$$

$$v_{ey}'=v_{ey}M_e+(v_{ay}+g_{ea}\cos\theta_g\sin\varphi_g)M_a,$$

$$v_{ez}'=v_{ez}M_e+(v_{az}+g_{ea}\sin\theta_g)M_a,$$

где

$$\theta_g=\arcsin(2\Gamma_6-1),\quad \varphi_g=2\pi\Gamma_7.$$

Далее разыгрываем следующее столкновение.

Тем самым полностью построен алгоритм решения задачи. В процессе эволюции ансамбля пробных частиц могут быть вычислены все представляющие интерес макропараметры системы. Так как все интересующие нас величины есть средние по ансамблю частиц, то в процессе численного эксперимента можно вычислить вероятную относительную ошибку

$$\delta_{\text{вер}}=0{,}675\bar\theta^{-1}(\bar\theta^2-\overline{\theta^2})^{1/2}N^{-1/2}.$$

Например, вероятная относительная ошибка в определении температуры (средней кинетической энергии системы) будет

$$\delta_{\text{вер},\,T}=0{,}675\overline{v^2}^{-1}(\overline{v_e^4}-\overline{v_e^2}^2)^{1/2}N^{-1/2},$$

где N — число пробных частиц.

Обозначим через $T_{\text{Д}}$, $T_{\text{Б}}$ температуры электронов, найденные в соответствии с распределениями Дрювестейна и Браглиа ([2, 4]). Заметим, что $T_{\text{Б}}/T_{\text{Д}}=1{,}20$. Пусть облако электронов, находящееся под воздействием электрического поля, эволюционирует в гелии, $p=1$ мм рт. ст., $T=300°$ K, $\sigma_{ea}=2{,}174\cdot10^{-8}$ см, $N=1000$. В качестве начального распределения электронов по скоростям используем распределение Дрювестейна. Тогда для значений E_x, равных 500; 1000; 1500; 3000 в/см, найдено соответственно $T/T_{\text{Д}}=1{,}04$; 1,04; 1,03; 1,03. Ошибка $\delta_{\text{вер}}$ упомянутых расчетов составляет 1,2%.

Таким образом, точное решение, по крайней мере для приведенных параметров расчета, находится между соответствующими решениями Дрювестейна и Браглиа.

Вычислительный центр
Академии наук СССР
Москва

Поступило
2 XII 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] *С. Чепмен, Т. Каулинг*, Математическая теория неоднородных газов, ИЛ, 1960. [2] *M. J. Druyvesteyn*, Physica, v. 10, 61 (1930). [3] *B. Davydov*, Phys. Zs. Sowjetunion, B. 8, 59 (1935). [4] *G. Braglia*, Nuovo cimento, v. 70, 2 (1970).