Доклады Академии наук СССР
1974. Том 216, № 3

УДК 551.554 : 551.558

ГЕОФИЗИКА

С. С. ЗИЛИТИНКЕВИЧ, член-корреспондент АН СССР А. С. МОНИН

ТЕОРИЯ ПОДОБИЯ ДЛЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

Для описания атмосферного пограничного слоя (а.п.с.) в математических моделях атмосферы, используемых в задачах прогноза погоды и теории климата, важно уметь параметризовать а.п.с., т. е. выражать его характеристики через внешние параметры. По аналогии с описанием в технической гидродинамике течений в трубах, каналах и пограничных слоях примем следующую гипотезу подобия: характеристики а.п.с. полностью определяются скоростью ветра U на верхней границе слоя, его толщиной h, разностью $\delta\theta=\theta_h-\theta_0$ потенциальных температур на верхней и нижней границах слоя (и аналогичной разностью значений удельной влажности воздуха), шероховатостью подстилающей поверхности z_0 и параметром плавучести $\beta=g/T$ (g — ускорение силы тяжести, T — средняя температура слоя). Этими внешними параметрами будут определяться, в частности, скорость трения u_* и турбулентный поток тепла H на подстилающей поверхности, а потому также масштаб флуктуаций температуры $T_*=-H/(\varkappa c_p\rho u_*)$ (c_p и ρ — удельная теплоемкость и плотность воздуха, $\varkappa$ — числовая постоянная Кармана), толщина $L=-c_p\rho u_*^3/(\varkappa\beta H)$ приземного слоя воздуха, угол α поворота ветра в а.п.с. и параметр $\mu=h/L$ термической стратификации а.п.с.

Учитывая специфические особенности а.п.с. (создаваемое силой Кориолиса вращение ветра с высотой z и существенное влияние стратификации), аналогичные технической гидродинамике законы дефекта скорости и температуры в а.п.с. можно записать в виде

$$\frac{U\cos\alpha-u(z)}{u_*}=\psi_u\left(\frac{z}{h},\ \mu\right),\quad \frac{U\sin\alpha-v(z)}{u_*}=\psi_v\left(\frac{z}{h},\ \mu\right),$$
$$\frac{\theta_h-\theta(z)}{T_*}=\psi_\theta\left(\frac{z}{h},\ \mu\right), \tag{1}$$

где u, v — декартовы компоненты скорости ветра, ось абсцисс выбирается по направлению приземного ветра (аналогичный закон дефекта для влажности воздуха мы для краткости не выписываем).

Комбинируя законы дефекта (1) с обычными логарифмическими пристеночными законами для скорости и температуры, как это изложено в работах [1, 2], для коэффициентов трения $\xi=u_*/U$ и теплопередачи $\eta=T_*/(\delta\theta)$ и угла α получаем следующие формулы (законы сопротивления и теплообмена):

$$\frac{1}{\xi}=\frac{1}{\varkappa}\left\{\left[\ln\frac{h}{z_0}-B(\mu)\right]^2+A^2(\mu)\right\}^{1/2},$$
$$\sin\alpha=-\frac{\xi}{\varkappa}A(\mu),\quad \frac{1}{\eta}=\frac{1}{\alpha_0}\left[\ln\frac{h}{z_0}-C(\mu)\right], \tag{2}$$

где $1/\alpha_0$ — числовая постоянная (пристеночное турбулентное число Прандтля), A, B и C — универсальные функции от μ. Значение μ может быть найдено по h/z_0 и внешнему числу Ричардсона

$$S=\frac{\beta h\delta\theta}{U^2}=\frac{\mu}{\alpha_0}\left[\ln\frac{h}{z_0}-C(\mu)\right]\left\{\left[\ln\frac{h}{z_0}-B(\mu)\right]^2+A^2(\mu)\right\}^{-1}. \qquad (3)$$

Применим эту теорию подобия прежде всего к стационарному и горизонтально-однородному а.п.с. (называемому экмановским, или э.п.с.), толщина которого определяется совместным действием силы Кориолиса и

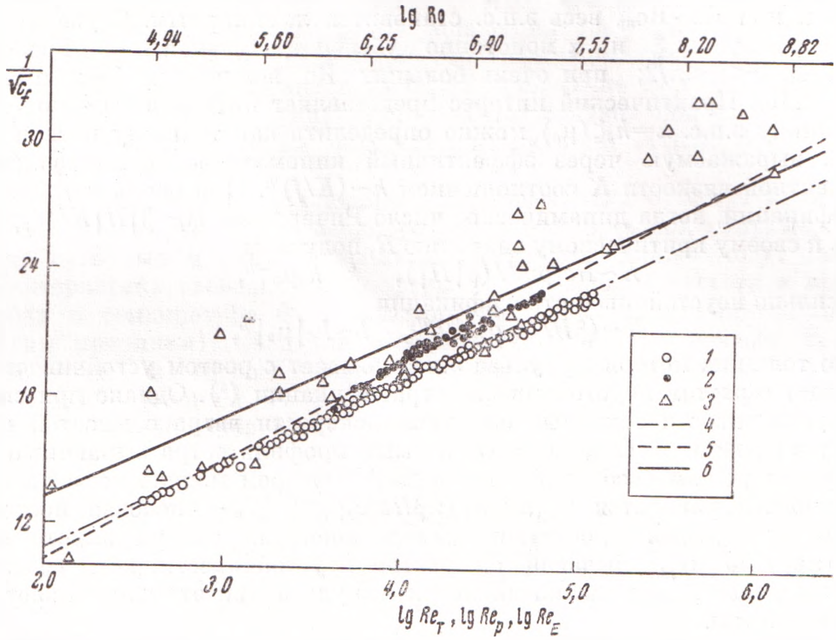

Рис. 1. Сравнение законов сопротивления для различных турбулентных течений. c_f — коэффициент сопротивления; нижняя шкала — числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_T=ru_*/(\varkappa\nu)$, $\mathrm{Re}_P=\delta u_*/(\varkappa'\nu)$ и $\mathrm{Re}_E=h_0u_*/(\varkappa\nu)$ для течений соответственно в трубе (*1*, *4*): в пограничном слое на пластинке (*2*, *5*) и в атмосферном пограничном слое (*3*, *6*), *1—3* — эмпирические, *4—6* — теоретические значения; верхняя шкала — числа Россби Ro; r — радиус трубы, δ — толщина пограничного слоя, $\varkappa'$ — безразмерная константа, близкая к $\varkappa$

турбулентной вязкости и может быть представлена в виде $h=h_0\zeta(\mu_0)$, где $h_0=\varkappa u_*/f$ — толщина нейтрально-стратифицированного э.п.с. (f — параметр Кориолиса), а $\mu_0=h_0/L$. Выделим в формулах (2) вместо h/z_0 величину $h/(\varkappa\zeta z_0)=\xi\,\mathrm{Ro}$, где $\mathrm{Ro}=U/(fz_0)$ — число Россби, и будем рассматривать A, $B-\ln\varkappa\zeta$ и $C-\ln\varkappa\zeta$, как функции от μ_0, которые обозначим $\mathrm{A}(\mu_0)$, $\mathrm{B}(\mu_0)$ и $\mathrm{C}(\mu_0)$. Сводка их эмпирических оценок была приведена в книге [1], после чего появились более детальные данные Кларка [3]. Модифицированные указанным образом формулы (2) определяют зависимость ξ, η и α от Ro и μ_0. Вместо (3) здесь удобнее использовать внешний параметр стратификации

$$S_0=\frac{\beta\delta\theta}{fU}=\frac{\mu_0\xi(\mathrm{Ro},\mu_0)}{\varkappa^3\eta(\mathrm{Ro},\mu_0)}. \qquad (4)$$

Введя обычный коэффициент сопротивления $c_f=2(u_*/U)^2$, внутреннее число Рейнольдса $\mathrm{Re}_E=h_0u_*/\varkappa\nu$ и число Рейнольдса шероховатости $m=z_0u_*/\nu$ (ν — кинематический коэффициент молекулярной вязкости), первую формулу (2) можно записать в виде

$$c_f^{-1/2}=\frac{1}{\varkappa\cdot 2^{1/2}}[(\ln\mathrm{Re}_E-\ln m-\mathrm{B})^2+\mathrm{A}^2]^{1/2}, \qquad (5)$$

аналогичном закону сопротивления для пограничных слоев в технической гидродинамике. Эмпирические данные о функциях $c_f(\mathrm{Re})$ для круглых труб и пограничного слоя у плоской пластинки с гладкими стенками и для э.п.с. приведены на рис. 1 вместе с соответствующими теоретическими кривыми (для э.п.с. — при $A=4$; $B=0{,}5$; $m=0{,}1$); рисунок демонстрирует большое сходство законов сопротивления у течений указанных трех типов. Закон сопротивления (5) обеспечивает неотрицательность $c_f(\mathrm{Ro}, \mu_0)$ лишь при $\mathrm{Ro}>\mathrm{Ro}_{\text{кр}}=(A/\varkappa)e^B$ (при $\mu_0=0$ получается $\mathrm{Ro}_{\text{кр}}\sim 10^2$): с уменьшением Ro толщина э.п.с. убывает, а толщина ν/u_* вязкого подслоя растет, и при $\mathrm{Ro}\sim\mathrm{Ro}_{\text{кр}}$ весь э.п.с. становится ламинарным. С увеличением Ro величины ξ и α монотонно убывают, оставаясь в пределах $0<\xi<\varkappa/A$, $0<\alpha<\pi/2$; при очень больших Ro получается $\xi\sim\varkappa/\ln\mathrm{Ro}$ и $\alpha\sim -A/\ln\mathrm{Ro}$. Практический интерес представляет интервал $10^4<\mathrm{Ro}<10^{12}$.

Толщину э.п.с. $h=h_0\zeta(\mu_0)$ можно определить как толщину потери импульса, выражаемую через эффективный кинематический коэффициент турбулентной вязкости K соотношением $h\sim(K/f)^{1/2}$. При очень устойчивой стратификации, когда динамическое число Ричардсона $\mathrm{R}_f\sim\beta|H|K/(c_p\rho u_*^4)$ близко к своему критическому значению R, получаем

$$K\sim Rc_p\rho u_*^4/(\beta|H|),\quad h\sim h_0\mu_0^{-1/2}, \tag{6}$$

а при сильно неустойчивой стратификации

$$K\sim(\beta H/(c_p\rho))^{1/3}h^{4/3},\quad h\sim h_0|\mu_0|^{1/2}, \tag{7}$$

так что толщина потери импульса э.п.с. убывает с ростом устойчивости и возрастает с ростом неустойчивости стратификации ([4]). Однако при сильной неустойчивости основные изменения скорости ветра с высотой происходят в приземном слое воздуха, а выше профиль ветра выравнивается и наступает режим свободной конвекции, в котором модуль дефекта вектора скорости равняется $C_u(u_*^2/\varkappa)(\varkappa\beta Hz/c_p\rho)^{-1/3}$ (C_u — числовая постоянная), и этот дефект достигает малого значения εu_* на высоте $h_\varepsilon= =(C_u/(\varkappa\varepsilon))^3h_0/|\mu_0|$, убывающей с ростом неустойчивости, хотя создаваемый конвекцией вертикальный поток импульса при этом проникает на бóльшие высоты.

Рассмотрим асимптотическое поведение входящих в законы сопротивления и теплообмена функций $A(\mu_0)$, $B(\mu_0)$ и $C(\mu_0)$ в слабо неустойчиво стратифицированном э.п.с. с верхней границей в изученном С. С. Зилитинкевичем ([5]) слое конвекции со сдвигом скорости $0{,}1|L|<z<n|L|$, где n составляет несколько единиц (при этом $|\mu_0|\leqslant 10$), в котором горизонтальные турбулентные флуктуации скорости получают энергию от среднего течения, а вертикальные — из потенциальной энергии неустойчивой стратификации посредством работы архимедовых сил. В этом слое горизонтальным и вертикальным длинам имеет смысл приписывать разные размерности L_x и L_z, и тогда из определяющих структуру э.п.с. параметров u_*, $H/(c_p\rho)$, β и f невозможно составить никакой безразмерной комбинации и можно составить только одну комбинацию $h_1=(\beta H/(c_p\rho f^3))^{1/2}$ размерности L_z (при этом $\zeta(\mu_0)\sim|\mu_0|^{1/2}$, как и в (7)). Законы дефекта (1) здесь принимают вид

$$U\cos\alpha-u=\frac{u_*^2}{fh_1}\Psi_u\left(\frac{z}{h_1}\right),\quad U\sin\alpha-v=\frac{u_*^2}{fh_1}\Psi_v\left(\frac{z}{h_1}\right),$$
$$\theta_h-\theta=\frac{f^2h_1}{\beta}\Psi_\theta\left(\frac{z}{h_1}\right). \tag{8}$$

Комбинируя их известными пристеночными законами для неустойчивой стратификации

$$u(z)=\frac{u_*}{\varkappa}\left[a_u+C_u\left(\frac{z}{L}\right)^{-1/3}-\ln\frac{z_0}{|L|}\right],\quad v(z)=0,$$
$$\theta(z)-\theta_0=T_*\left[a_\theta+C_\theta\left(\frac{z}{L}\right)^{-1/3}-\frac{1}{\alpha_0}\ln\frac{z_0}{|L|}\right] \tag{9}$$

при $a_u=1$ и $\alpha_0 a_\theta=0{,}1$, неплохо согласующимися с результатами измерений Канзасской экспедиции Бюсингера и др. ([6]), получаем законы сопротивления и теплообмена с промежуточными асимптотиками

$$A\sim a_1|\mu_0|^{-1/2},\quad B\sim\ln\frac{|\mu_0|}{\varkappa}-b_1|\mu_0|^{-1/2}-a_u,\quad C\sim\ln\frac{|\mu_0|}{\varkappa}-c_1|\mu_0|^{-1/2}-\alpha_0 a_\theta,\tag{10}$$

где a_1, b_1, c_1 — числовые постоянные. Если э.п.с. стратифицирован сильно неустойчиво ($|\mu_0|>10$), то, опуская в (10) слагаемые порядка $|\mu_0|^{-1/2}$, получаем асимптотику свободной конвекции (не зависящую от способа определения h). При устойчивой стратификации способ определения h будет сильно влиять на значение θ_h, так как выше э.п.с. градиент температуры увеличивается (аналогично «слою скачка» под э.п.с. в океане). Полуэмпирическая теория определения функций $A(\mu_0)$, $B(\mu_0)$ и $C(\mu_0)$ изложена в книге ([1]).

Характеристики подстилающей поверхности z_0 и θ_0 могут меняться по горизонтали вследствие ее неоднородности и во времени, например, вследствие суточных и синоптических колебаний θ_0; также могут меняться характеристики свободной атмосферы — направление, густота и кривизна изобар и температура θ_h (последняя как из-за изменений h, так и по другим причинам). Сведения о вариациях U, θ_0, z_0 и отчасти, θ_h можно заимствовать из географической и синоптической информации, а для определения толщины h нестационарных и горизонтально-неоднородных а.п.с. можно использовать уравнение

$$\partial h/\partial t+U(\cos\alpha\,\partial h/\partial x+\sin\alpha\,\partial h/\partial y)=w,\tag{11}$$

где w — разность скорости вертикальных движений верхней границы а.п.с. и скорости вовлечения или вытекания воздуха, которую можно пытаться определять полуэмпирическими методами ([7]), или например, как типичную величину турбулентных флуктуаций вертикальной скорости $w\sim K/h$ на уровне h. Так, для нестационарного, но горизонтально-однородного а.п.с. с устойчивой или неустойчивой стратификацией, определяя K по формуле (6) или (7), получаем соответственно

$$h^2-h_s^2\sim\frac{Rc_p\rho}{\beta}\int_{t_s}^{t}\frac{u_*^4}{|H|}\,dt,\qquad h^{4/3}-h_s^{4/3}\sim\left(\frac{\beta}{c_p\rho}\right)^{1/3}\int_{t_s}^{t}H^{1/3}\,dt.\tag{12}$$

В обоих случаях за время $t-t_s\sim f^{-1}$ правая часть (12) становится по порядку величины равной толщине э.п.с. (6) или (7), т. е. устанавливается режим стационарного э.п.с. Поскольку это время установления сравнимо с полупериодом суточных колебаний, можно ожидать их отклонения от квазистационарности, т. е. некоторого гистерезиса в суточных колебаниях внутренних параметров а.п.с. (который и был обнаружен в полуэмпирическом расчете Б. Г. Вагера и С. С. Зилитинкевича ([8])). Аналогичные (12) результаты получаются для зависимости толщины стационарного, но горизонтально-неоднородного а.п.с. от расстояния по направлению ветра в свободной атмосфере.

Институт океанологии им. П. П. Ширшова
Академии наук СССР
Москва

Поступило
27 XI 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] *С. С. Зилитинкевич*, Динамика пограничного слоя атмосферы, 1970. [2] *S. S. Zilitinkevich, J. W. Deardorff*, J. Atmosph. Sci., v. 31 (1974). [3] *R. H. Clarke*, Quart. J. Roy. Metereol. Soc., v. 96, № 407, 91 (1970). [4] *С. С. Зилитинкевич*, Физ. атмосферы и океана, т. 8, № 10, 1086 (1972). [5] *С. С. Зилитинкевич*, Там же, т. 8, № 12, 1263 (1971). [6] *J. A. Businger, J. C. Wyngaard et al.*, J. Atmosph. Sci., v. 28, 181 (1971). [7] *J. W. Deardorff*, Monthly Weather Rev., v. 100, № 2, 93 (1972). [8] *Б. Т. Вагер, С. С. Зилитинкевич*, Метеорология и гидрология, № 7, 3 (1968).