Доклады Академии наук СССР
1974. Том 216, № 3

УДК 551.466.31 ГЕОФИЗИКА

М. М. ЗАСЛАВСКИЙ, Л. Г. ЛОБЫШЕВА

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИВОДНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ С ЭНЕРГОНЕСУЩЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

(Представлено академиком Л. М. Бреховских 26 VII 1973)

Основным отличием приводного слоя атмосферы от турбулентного пограничного слоя над твердой стенкой является наличие в первом из них волновых возмущений случайных гидродинамических полей, индуцированных поверхностными волнами. Задача исследования такого рода возмущений в турбулентном пограничном слое может рассматриваться как специфический случай общей теории распространения волн в случайных средах. С позиций этой теории известные попытки анализа динамики волновых возмущений приводного слоя можно квалифицировать как «нечестные» (по терминологии Келлера ([1])): уравнения для волновых возмущений выводятся из исходных уравнений (см. ниже систему (1)) с помощью тех или иных вариантов так называемого «фазового осреднения» ([2]) и поэтому содержат неизвестные члены типа рейнольдсовых напряжений. В настоящей работе предлагается альтернативный подход к решению этой задачи, основанный на отказе от использования операции «фазового осреднения» и связанный с решением уравнений для индивидуальных реализаций соответствующим образом определенных возмущений приводного слоя атмосферы.

В качестве модели приводного слоя атмосферы мы будем рассматривать невязкую модель безнапорного плоскопараллельного турбулентного потока однородной несжимаемой жидкости плотности $\rho=\text{const}$ в полупространстве $x_3=z>0$ над слабо возмущенной подстилающей поверхностью $\xi=A\cos[k(x_1-ct)]$, в которой случайные поля скорости $V_i=V_i(x_1, x_2, x_3, t)$ и давления $P=P(x_1, x_2, x_3, t)$ описываются уравнениями ([2])

$$\frac{\partial V_i}{\partial t}+V_j\frac{\partial V_i}{\partial x_j}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i}=0, \tag{1а}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial x_i}=0, \tag{1б}$$

$$V_3|_{z=0}=\frac{\partial \xi}{\partial t}+U_0\frac{\partial \xi}{\partial x_1}, \tag{1в}$$

где $U_0=\langle V_i\rangle|_{z=0}$ — скачок средней скорости, моделирующий тонкую область у подвижной подстилающей поверхности, в которой существенны вязкие напряжения; $i, j=1, 2, 3$.

Для получения из (1) уравнений для волновых возмущений определим турбулентные составляющие V_i^t, P^t случайных полей $V_i=V_i^t+V_i^w$, $P=P^t+P^w$ в (1) как решения уравнений (1а), (1б) при граничных условиях $V_i^t|_{z=0}=0$, соответствующих невозмущенной подстилающей поверхности $z=0$ (жесткой стенке). Тогда волновые возмущения пульсаций скорости $v_i^w=V_i^w-\langle V_i^w\rangle$ и давления $P^w=P^w-\langle P^w\rangle=P^w$ в линейном приближении описываются следующей системой уравнений со случайными коэффициентами V_j^t, $\partial V_i^t/\partial x_j$:

$$\frac{\partial v_i^w}{\partial t}+V_j^t\frac{\partial v_i^w}{\partial x_j}+\frac{\partial V_i^t}{\partial x_j}v_j^w+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p^w}{\partial x_i}=0, \tag{2а}$$

$$\frac{\partial v_i^w}{\partial x_i}=0, \tag{2б}$$

$$v_3^w|_{z=0}=\frac{\partial\xi}{\partial t}+U_0^t\frac{\partial\xi}{\partial x_1}, \tag{2в}$$

$$v_i^w\to 0 \quad \text{при} \quad z\to\infty. \tag{2г}$$

Так как фактически мы располагаем очень скудной статистической информацией о случайных коэффициентах в (2а), то эти уравнения нуждаются в дальнейших разумных упрощениях, оправдываемых известными над данными об атмосферной турбулентности. Для этого введем разделение случайного поля V_i^t на крупномасштабные и мелкомасштабные составляющие: $V_i^t=\overline{V}_i^t+\bar{v}_i^t$, причем масштаб разделения $\bar{\lambda}=2\pi/\bar{k}$ выберем исходя из требования, чтобы крупномасштабные компоненты скорости $\overline{V}_i^t$ были достаточно медленно меняющимися функциями горизонтальных координат x_α, $\alpha=1$, 2, на длине волны $\lambda=2\pi/k$ поверхностного возмущения. Легко убедиться, что это требование заведомо удовлетворяется, если $\bar{\lambda}\gg\lambda$.

Дополнительное упрощение, достигаемое при указанном выборе $\bar{\lambda}$, связано с тем обстоятельством, что пространственные масштабы λ_u и λ_w энергонесущих компонент горизонтальных и вертикальной составляющих пульсаций скорости в логарифмической области атмосферного пограничного слоя сильно различаются ($\lambda_u/\lambda_w\sim(1-0{,}3)\cdot10^2$), причем для достаточно развитого ветрового волнения $\lambda\gtrsim\lambda_w$. Поэтому осреднение по масштабу $\bar{\lambda}$ практически «стирает» вертикальную компоненту $\overline{V}_3^t$ крупномасштабных составляющих скорости $\overline{V}_i^t$ и тем самым позволяет моделировать последние «квазидвумерной» турбулентностью, медленно меняющейся по горизонтали в масштабах поверхностного возмущения. Кроме того, в силу значительной инерционности поверхностных гравитационных волн, они должны быть слабо чувствительны к мелкомасштабной атмосферной турбулентности $\bar{v}_i^t$, так что можно рассчитывать на реалистичность модели, учитывающей взаимодействие поверхностных волн только с крупномасштабной энергонесущей атмосферной турбулентностью. Описывающая эту модель система уравнений получается из (2) подстановкой в (2а) $V_i^t\simeq\overline{V}_i^t\delta_{i\alpha}$ и имеет вид

$$\frac{\partial v_i^w}{\partial t}+\overline{V}_\alpha^t\frac{\partial v_i^w}{\partial x_\alpha}+v_j^w\frac{\partial\overline{V}_\alpha^t}{\partial x_j}\delta_{i\alpha}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p^w}{\partial x_\alpha}=0, \tag{3а}$$

$$\frac{\partial v_i^w}{\partial x_i}=0, \tag{3б}$$

$$v_3^w|_{z=0}=\frac{\partial\xi}{\partial t}+U_0^t\frac{\partial\xi}{\partial x_1}, \tag{3в}$$

$$v_i^w\to 0 \quad \text{при} \quad z\to\infty. \tag{3г}$$

Поскольку случайные коэффициенты $\overline{V}_\alpha^t$, $\partial\overline{V}_\alpha^t/\partial x_j$ в уравнениях (3а) для искомых функций v_i^w, p^w — медленно меняющиеся функции горизонтальных координат x_α и времени t (хотя их зависимость от вертикальной координаты $x_3=z$ и является быстрой), то для решения системы (3) в наибольшей степени подходит соответствующая модификация метода геометрической оптики. Мы, однако, удовлетворимся здесь более грубым приближением, при котором зависимость коэффициентов уравнений от медленных переменных x_α, t учитывается только параметрически — как смена различных реализаций этих случайных функций. В этом приближении в уравнениях (3а) можно пренебречь членами с производными $\partial\overline{V}_\alpha{}^t/\partial x_\beta$ и искать их решения в виде

$$v_i{}^w = W_i(z)\cos[k(x_1-ct)],\quad p^w = \Pi(z)\cos[k(x_1-ct)].$$

В таком случае из системы (3) можно получить после некоторых преобразований краевую задачу

$$(\overline{V}_1{}^t-c)(W_3''-k^2W_3)-\overline{V}_1{}^{t''}W_3=0, \tag{4а}$$

$$W_3|_{z=0}=(U_0{}^t-c)kA, \tag{4б}$$

$$W_3\to 0,\quad z\to\infty \tag{4в}$$

для уравнения Рэлея со случайным профилем скорости $\overline{V}_1{}^t=\overline{V}_1{}^t(z)$ (штрихом обозначено дифференцирование по вертикальной координате z), решение которой позволяет определить как $W_1=-W_3'/k$ ($W_2=0$), так и амплитуду волновых возмущений пульсаций давления

$$\Pi=-\frac{\rho}{k}[(\overline{V}_1{}^t-c)W_3'+\overline{V}_1{}^{t'}W_3]. \tag{5}$$

Для решения системы (4) необходимо располагать явными аналитическими выражениями для всех реализаций соответствующего ансамбля случайных функций $\overline{V}_1{}^t(z)$. Этой цели можно достичь, используя каноническое разложение статистически неоднородной по z случайной функции $\overline{V}_1{}^t(z)$ в виде линейной суперпозиции детерминированных функций со случайными коэффициентами и ограничиваясь конечным числом членов этого разложения:

$$\overline{V}_1{}^t(z)=\langle\overline{V}_1{}^t\rangle+\sum_{k=1}^{\infty}a_kf_k(z)\simeq\langle\overline{V}_1{}^t\rangle+\sum_{k=1}^{n}a_kf_k(z) \tag{6}$$

(конечномерная плотность распределения вероятностей $p(a_1,\ldots,a_n)$, так же как и вид детерминированных функций $f_1(z),\ldots,f_n(z)$ в (6), могут быть определены при соответствующей обработке экспериментальных данных о локально осредненных профилях скорости ветра $\overline{V}_1{}^t$, см., например, ([3])). При известных $f_1(z),\ldots,f_n(z)$ мы располагаем принципиальной возможностью, по крайней мере численно, найти решение системы (4) для любых значений $a_1,\ldots,a_n$: $W_3=W_3(z;\,a_1,\ldots,a_n)$. После этого могут быть вычислены и интересующие нас статистические характеристики волновых возмущений гидродинамических полей приводного слоя атмосферы в рассматриваемой модели по заданной конечномерной плотности распределения вероятностей $p(a_1,\ldots,a_n)$.

Из-за отсутствия экспериментальных данных об атмосферной турбулентности типа (6) конкретные численные расчеты по такой общей схеме были проведены для простейшего варианта представления (6) вида

$$\overline{V}_1{}^t=\langle\overline{V}_1{}^t\rangle+a_1=\frac{v_*}{\varkappa}\ln\frac{z}{z_0}+\varepsilon v_*,\quad \varepsilon=\frac{a_1}{v_*}, \tag{7}$$

$$f_1(z)=1,\quad f_2(z)=\ldots=f_r(z)=0,$$

$$p(\varepsilon)=\frac{1}{(2\pi)^{1/2}\sigma_\varepsilon}\exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma_\varepsilon{}^2}\right),\quad \sigma_\varepsilon{}^2=\langle\varepsilon^2\rangle\sim 1-2,$$

реалистичность которого может быть оправдана некоторыми качественными соображениями. Так как основное внимание в работах по приводному слою атмосферы уделялось определению так называемого коэффициента взаимодействия поверхностных волн с ветром $\beta=\mathrm{Im}[\Pi(0)]/(\rho c^2kA)$, то для сопоставления результатов нашей модели с известными ранее определялось отношение $\langle\beta\rangle/\beta^\partial$, где β^∂ — коэффициент взаимодействия в «квазиламинарной» модели Майлса ([4]) (являющейся по существу детерминированным аналогом рассматриваемой модели и следующей из (4), (5), (7), если положить в представлении (7) $\varepsilon\equiv0$).

Основные результаты расчетов состоят в том, что для поверхностных волн, распространяющихся со скоростью, близкой к скорости ветра вдали от поверхности, $\langle\beta\rangle/\beta^\partial\sim10$ и $(\langle(\Delta\beta)^2\rangle)^{1/2}/\langle\beta\rangle\sim1$. Первый из указанных выводов находится в качественном соответствии с экспериментальными данными, а второй показывает важность эффектов флуктуаций коэффициента взаимодействия, которые ранее вообще не принимались во внимание.

Авторы благодарны С. А. Китайгородскому за плодотворное обсуждение рассмотренной здесь задачи.

Институт океанологии им. П. П. Ширшова
Академии наук СССР
Москва

Поступило
5 VII 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] *Д. Б. Келлер*, Распространение волн в случайной среде, Сборн. Гидродинамическая неустойчивость, М., 1964, стр. 265. [2] *M. J. Manton*, Boundary — Layer Meteorology, v. 2, 1972, p. 348. [3] *А. А. Свешников*, Прикладные методы теории случайных функций, М., 1968. [4] *J. W. Miles*, J. Fluid Mech., v. 3, Part 2, 185 (1957).