

Член-корреспондент АН СССР В. В. КАФАРОВ, В. Л. ПЕРОВ, В. П. МЕШАЛКИН

МЕТОД АНАЛИЗА ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СЛОЖНЫХ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Анализ гидравлических цепей (г.ц.) ХТС состоит в расчете массовых расходов потоков жидкости и давлений (перепадов давлений) для всех аппаратов и трубопроводов ХТС, если заданы: а) система уравнений материальных балансов ХТС, б) конструкции аппаратов и геодезические отметки их расположения, в) требуемые по технологическим условиям давления внутри некоторых аппаратов и массовые расходы некоторых технологических потоков, г) геометрические размеры, конфигурации и материалы труб, д) характеристики насосов. Необходимость решения многомерных задач анализа и оптимизации г.ц. сложных ХТС с помощью современных ЭВМ, имеющих ограниченные возможности по быстрдействию и объему памяти оперативных запоминающих устройств, требует разработки методов исследования больших г.ц. (б.г.ц.).

Предлагается новый (декомпозиционно-топологический) метод анализа б.г.ц., основанный на идеях декомпозиционного метода исследования сложных физических систем (1) и топологическом методе анализа ХТС (2-4). Сущность указанного метода состоит в том, что вместо прямого решения многомерной задачи анализа исходной б.г.ц. последовательно проводят исследование процессов движения жидкости в совокупности $(n+1)$ изолированных малых г.ц., анализ каждой из которых значительно проще, чем анализ б.г.ц. в целом. Совокупность изолированных малых г.ц. получают в результате декомпозиции исходной б.г.ц.

Декомпозицию исходной б.г.ц. осуществляют на основе рассмотрения структурного графа большой цепи (3, 4) путем удаления некоторых ветвей из формального дерева этого графа. Множество ветвей дерева структурного графа б.г.ц., при удалении которых большая цепь распадается на совокупность n изолированных малых г.ц., назовем цепью расчленений. На рис. 1, а представлен структурный граф некоторой исходной б.г.ц. ХТС, содержащей шесть источников давления ($P_{13}^0 - P_{18}^0$) и двенадцать пассивных компонентов ($z_1 - z_{12}$), которые соответствуют центробежным насосам, аппаратам и трубам ХТС. Нетрудно видеть, что при удалении из формального дерева этого графа цепи расчленений в виде двух пассивных ветвей z_{11} и z_{12} образуются $n=2$ изолированные малые цепи, структурные графы которых представлены на рис. 1, б, в.

Чтобы процессы движения жидкости в совокупности n изолированных малых цепей, полученных при декомпозиции б.г.ц., были эквивалентны процессам движения жидкости в б.г.ц., должны быть выполнены следующие условия декомпозиции (1). Удаление цепи расчленений из структурного графа б.г.ц. осуществляется таким образом, что $e_{ST} = \sum e_{ST_i}^*$, где e_{ST} — цикломатическое число структурного графа б.г.ц.; $e_{ST_i}^*$ — цикломатическое число структурного графа i -й изолированной цепи; $i=1, \dots, n$ — число изолированных цепей после декомпозиции.

Каждая j -я ветвь цепи расчленений б.г.ц. ($j=1, \dots, k$) в каждой i -й изолированной цепи ($i=1, \dots, n$) заменяется фиктивным источником давления $P_{j\tau}^*$. Величину указанных источников давления подбирают так, что-

бы все циклические потоки в каждой i -й цепи равнялись соответствующим циклическим потокам исходной б.г.ц.

При декомпозиции рассматриваемой б.г.ц. (рис. 1, *a*) в изолированных цепях (рис. 1, *б, в*) появились фиктивные источники давления P_{11}^* , P_{12}^* и P_{19}^* , P_{20}^* .

Для определения величины фиктивных источников давления необходимо построить дополнительную цепь, представляющую собой малый эквивалент б.г.ц. и называемую цепью пересечений. Цепь пересечений получают параллельным подключением к каждой j -й ветви цепи расчленений б.г.ц. некоторого фиктивного источника потока жидкости $Q_{j\tau}^*$. Математическая модель цепи пересечений содержит значительно меньшее число перемен-

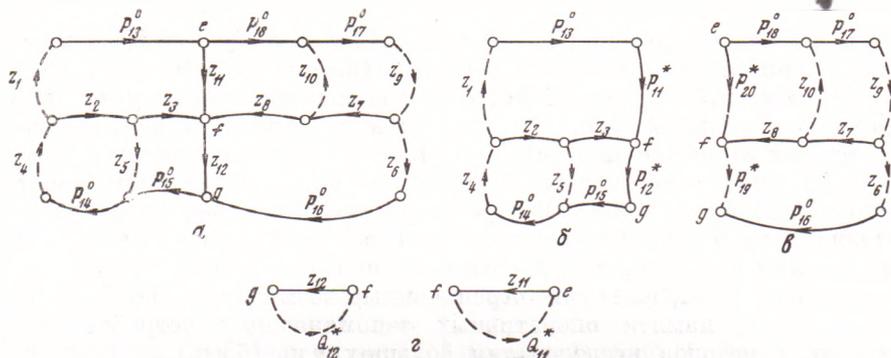


Рис. 1. Структурные графы исходной большой гидравлической цепи ХТС (*a*), изолированных малых цепей (*б, в*) и цепи пересечений (*г*), полученных при декомпозиции. Ветви деревьев графа указаны сплошными линиями, хорды — пунктирными

ных, чем математическая модель исходной б.г.ц. Величины фиктивных источников потока жидкости $Q_{j\tau}^*$ цепи пересечений подбирают таким образом, чтобы величины падений давлений на j -й ветвях цепи расчленений равнялись величинам фиктивных источников давления. Цепь пересечений для исходной б.г.ц. (рис. 1, *a*), которая содержит фиктивные источники потоков Q_{11}^* и Q_{12}^* , представлена на рис. 1, *г*.

Таким образом, если модель исходной б.г.ц. содержит N уравнений с N неизвестными, то после декомпозиции для описания взаимосвязей между n изолированными малыми цепями вводят m дополнительных неизвестных — фиктивных источников давления, для определения величины которых и создают дополнительную цепь пересечений. Следовательно, при декомпозиции б.г.ц., с математической точки зрения, возникает задача определения $(N+m)$ неизвестных из совокупности уравнений моделей $(n+1)$ изолированных малых цепей. В общем случае цепь расчленений б.г.ц. могут образовать пассивные ветви структурного графа данной г.ц. В соответствии с указанными выше условиями декомпозиции б.г.ц. определим значения величин фиктивных источников давления $[P_{j\tau}^*]$ и фиктивных источников потока жидкости $[Q_{j\tau}^*]$ следующим образом.

Из уравнения баланса массовых расходов потоков (уравнения отсечений) б.г.ц. (⁴) определяют величину потоков жидкости в пассивных ветвях цепи расчленений:

$$[Q_{b2\tau}] = [F_{21\tau}; E_{22\tau}] \times \left[\frac{Q_{c1}}{Q_{c2}} \right], \quad (1)$$

где $[Q_{c1}]$ и $[Q_{c2}]$ — матрицы циклических потоков пассивных компонентов и источников потока жидкости б.г.ц.; $[Q_{b2\tau}]$ — матрица потоков жидкости пассивных компонентов цепи расчленений в б.г.ц.; $[F_{ij\tau}]$ — подматрица

блочного элемента цикломатической матрицы C структурного графа б.г.д.; индекс τ — соответствует выбранным ветвям цепи расчленений б.г.д.

Величину фиктивных источников давления в n изолированных малых цепях определяют из уравнения баланса давлений (уравнения фундаментальных циклов) и полюсного уравнения пассивных компонентов б.г.д. (4):

$$[P_{n\tau}^*] = \left[\begin{array}{c} \bar{F}_{11\tau} \\ \bar{F}_{12\tau} \end{array} \right] \times [P_{b1}] + \left[\begin{array}{c} \bar{F}_{21\tau} \\ \bar{F}_{22\tau} \end{array} \right] \times [P_{b2\tau}], \quad (2a)$$

$$[P_{b2\tau}] = [Z_{d11\tau}] \times [Q_{b2\tau}], \quad (26)$$

где $[P_{n\tau}^*]$ — матрица фиктивных источников давления; $[P_{b1}]$ — матрица источников давления б.г.д.; $[P_{b2\tau}]$ — матрица падения давления на пассивных ветвях цепи расчленений в б.г.д.; $[\bar{F}_{ij\tau}]$ — подматрица блочного элемента транспонированной матрицы структурного графа б.г.д.; $[Z_{d11\tau}]$ — диагональная матрица сопротивлений пассивных компонентов цепи расчленений б.г.д.

В результате декомпозиции б.г.д. для совокупности n изолированных цепей можно записать уравнение, определяющее циклические потоки по пассивным хордам малых цепей

$$[\xi_{11}] \times [Q_{c1}] + [\xi_{12}] \times [Q_{c2}] + [\bar{F}_{11}] \times [P_{b1}] + [\bar{F}_{21\tau}] \times [P_{b2\tau}] = 0, \quad (3a)$$

так как по условиям декомпозиции

$$[q_c] = [Q_c], \quad (36)$$

где $[q_c]$ и $[Q_c]$ — матрицы циклических потоков малых цепей и б.г.д.; $[\xi_{ij}]$ — элементы блочно-диагональной матрицы полных сопротивлений фундаментальных циклов малых цепей $[\xi]$.

Учитывая условия декомпозиции б.г.д. для цепи пересечений справедливы следующие уравнения:

$$[Q_{n\tau}^*] = [Z_{d11\tau}]^{-1} \times [P_{b2\tau}], \quad (4a)$$

$$[Q_{n\tau}^*] = [Q_{b2\tau}], \quad (46)$$

где $[Q_{n\tau}^*]$ — матрица фиктивных источников потока жидкости в цепи пересечений.

Зная величины фиктивных источников $P_{i\tau}^*$ и $Q_{i\tau}^*$, можно записать уравнение (5), которое позволяет определить циклические потоки жидкости по пассивным хордам б.г.д. $[Q_{c1}]$, на основании рассмотрения процессов движения жидкости не в б.г.д., а в совокупности $(n+1)$ изолированных цепей, полученных в результате декомпозиции:

$$\left[\begin{array}{c|c} -Z_{d11\tau}^{-1} & \bar{F}_{21\tau} \\ \hline \bar{F}_{21\tau} & \xi_{11} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} P_{b2\tau} \\ Q_{c1} \end{array} \right] = - \left[\begin{array}{c|c} \bar{F}_{22\tau} & 0 \\ \hline \xi_{12} & \bar{F}_{11} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} Q_{c2} \\ P_{b1} \end{array} \right], \quad (5)$$

Уравнение (5) получают преобразованием уравнений (4a) и (3a) с учетом (1), (36), (46).

Далее, осуществляя элементарные преобразования, определяют решение уравнения (5) в виде (6) — результирующего уравнения декомпозиционно-топологического метода анализа БГЦ.

$$[Q_{c1}] = -[\xi_{11}]^{-1} \times \{ [\xi_{12}] \times [Q_{c2}] + [\bar{F}_{11}] \times [P_{b1}] + [\bar{F}_{21\tau}] \times [P_{b2\tau}] \} \quad (6a)$$

или

$$[Q_{c1}] = -\{ [E] - [D_\tau] \times [F_{21\tau}] \} \times [\xi_{11}]^{-1} \times [P_{b1}^*] - [D_\tau] \times [Q_{c2}], \quad (66)$$

где $[D_\tau] = [\xi_{11}]^{-1} \times [\bar{F}_{21\tau}] \times [\xi_\tau]$; $[\xi_\tau] = \{ [Z_{d11\tau}]^{-1} + [F_{21\tau}] \times [\xi_{11}]^{-1} \times [F_{21\tau}] \}^{-1}$ — условная матрица полных сопротивлений цепи пересечений; $[Q_{c2\tau}] = [F_{22\tau}] \times [Q_{c2}]$ — циклические потоки малых цепей в циклах, содер-

жащих ветви цепи расчленений; $[P_{c2}^*] = [\zeta_{12}] \times [Q_{c2}]$ — эквивалентное преобразование источников потока в источники давления $[P_{c2}^*]$ малых цепей; $[P_{b1}^*] = [P_{c2}^*] + [F_{11}] \times [P_{b1}]$ — эквивалентные источники давления в циклах малых цепей; $[E]$ — единичная матрица порядка $(c1 \times c1)$.

Зная величину $[Q_{c1}]$, определяют величину $[P_{c2}]$ падений давления на источниках потоков для БГЦ из уравнения хорд ⁽⁴⁾, составленного для n изолированных цепей:

$$[P_{c2}] = \{[\zeta_{11}]^{-1} \times [\zeta_{21}] \times [F_{11}] + [F_{12}]\} \times [P_{b1}] + \{[\zeta_{11}]^{-1} \times [\zeta_{21}] \times [\zeta_{12}] + [\zeta_{22}]\} \times [Q_{c2}]. \quad (7)$$

При выводе уравнений декомпозиционно-топологического метода анализа б.г.ц. ХТС (6) и (7) предполагалось, что рассматривается квазилинейная б.г.ц., сопротивления пассивных компонентов которой — постоянные величины. Легко показать, что уравнения (6) и (7) полностью справедливы для анализа реальных б.г.ц. ХТС, сопротивления пассивных компонентов которых зависят от массовых расходов потоков жидкости ХТС ⁽⁴⁾. Это вытекает из следующих рассуждений.

Для исследования процессов движения жидкости в реальной б.г.ц. ХТС необходимо методом последовательных приближений решить нелинейное уравнение математической модели цепи ⁽⁴⁾. На каждом k -м итерационном шаге метода последовательных приближений нелинейное уравнение б.г.ц. становится квазилинейным уравнением. Решение этого квазилинейного уравнения реальной б.г.ц. представляет собой решение уравнения математической модели некоторой квазилинейной б.г.ц. соответствующей исходной б.г.ц., в которой сопротивления пассивных компонентов постоянны. Величины этих сопротивлений зависят от массовых расходов потоков жидкости ХТС, определенных на $(k-1)$ -м итерационном шаге, т. е. $z_{ij}^{(k)} = z_{ij}^*(Q_{c1}^{(k-1)}; Q_{c2})$.

В заключение отметим принципиальные преимущества предложенного метода анализа б.г.ц. ХТС: не требуется составления в явном виде уравнений математической модели б.г.ц. в целом. Если б.г.ц. декомпозирована на несколько идентичных изолированных цепей, то исследование одной такой цепи эквивалентно исследованию всех этих цепей; если в б.г.ц. происходят изменения структуры или параметров компонентов, если данная г.ц. представляет собой подсистему некоторой большей системы, то исследование не надо проводить с самого начала для каждого случая, а можно использовать предыдущие результаты декомпозиции.

Для химика-технолога особенно важно, что декомпозиция б.г.ц. наглядно проводится на структурном графе, а дополнительные переменные, возникающие при декомпозиции б.г.ц., физически существуют. Все довольно простые операции декомпозиции топологии б.г.ц. представляют собой наглядную интерпретацию соответствующих громоздких и трудоемких аналитических преобразований многомерных систем уравнений математических моделей б.г.ц. ХТС.

Московский химико-технологический институт
им. Д. И. Менделеева

Поступило
19 XII 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Г. Крон, Исследование сложных систем по частям, «Наука», 1972. ² В. В. Кафаров, Методы кибернетики в химии и химической технологии, М., 1971. ³ В. П. Мешалкин, Некоторые принципы анализа химико-технологических систем, Автореф. кандидатской диссертации, МХТИ, 1971. ⁴ В. В. Кафаров, В. Л. Перов, В. П. Мешалкин, ДАН, т. 243, № 5 (1973).