УДК 539.4

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАНО-КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОРТОТРОПНЫХ ТЕЛ

В.В. Можаровский[1], **Н.А. Марьина**[2]

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель
Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

MATHEMATICAL MODELING OF NANO-CONTACT INTERACTION OF ORTHOTROPIC BODIES

V.V. Mozharovsky[1], **N.A. Marjina**[2]

[1]F. Scorina Gomel State University, Gomel
[2]Belarusian State University of Transport, Gomel

Рассматривается упругая задача о применении теории контактного взаимодействия в системе «сканирующий зонд – ортотропный образец» как для однородного упругого тела, так и для ортотропного покрытия. Представлены аналитические зависимости и графики, облегчающие поиск и нахождение параметров контакта.

Ключевые слова: *контакт, ортотропное тело, нано-контакт, покрытие, композит, модель.*

The elastic problem of application of the theory of contact interaction in system «scanning probe – orthotropic sample» for both homogeneous elastic body and orthotropic coating is considered. Analytical dependences and the graphs facilitating search and finding contact.

Keywords: *contact, orthotropic body, nano-contact, coating, composite, model.*

Введение

Теория контакта в упругой среде описана в литературе достаточно полно для изотропных тел. Так, основываясь на теории Герца, широко известны закономерности изменения параметров упругого контакта – величины максимальной контактной силы и упругой деформации, размеров зон контакта и закон контактного распределения давления. Затем И.Я. Штаерман [1] решил контактную задачу для более общего касания упругих тел. Контакт изотропных цилиндров был рассмотрен А.Н. Динником [2], а ударное взаимодействие твердых тел отражено в книге В. Голдсмита [3]. Аналитическое исследование удара композиционных материалов рассмотрено в работах [4]. В разделе книги [5] Ф. Муна дан подробный анализ исследований, касающихся аналитического моделирования удара применительно к композиционным материалам. Отмечается, что для приближенного анализа теории контакта используется все та же квазистатическая теория Герца, применительно к анизотропным материалам, базирующаяся на статическом решении контактной задачи взаимодействия упругого индентора с анизотропным полупространством. Продолжение исследований в области контактного взаимодействия для анизотропных тел представлено в работах [8]–[15].

Разработка теории расчета и экспериментальных исследований на контактную прочность и деформативность элементов машин из композиционных материалов остается достаточно важной и актуальной проблемой современной механики. Базируясь на решениях контактных задач [10]–[15], представлены теоретические расчеты, которые имеют важное практическое значение при исследовании о влиянии анизотропии свойств поверхностных слоев на напряжено-деформированное состояние (НДС).

Теория контактного взаимодействия упругих тел, в основном, широко разработана и применяется для инженерных расчетов на так называемом макроуровне, но оказывается, что с некоторой степенью точности полученные теоретические зависимости можно успешно применять и для нано – уровней, т.е. исследовать контактное взаимодействие различных частиц с целью дальнейшего применения в нано-технологиях. Классически известно, что при взаимодействии двух упругих тел применяются в основном теоретические зависимости, предложенные Герцем, но для широкого использования в нано-технологиях со сканирующим зондовым микроскопом требуется расширить теорию на более сложные модели, то есть учесть свойства вязкоупругое и слоистости основания, анизотропию свойств поверхности и макромолекул при контакте. Точное решение такой контактной задачи в данной постановке дает возможность учесть методику правильного выбора прижимающей силы, чтобы избежать разрушения зонда или образца при сканировании, а также определять силы в момент касания зондом поверхности, влияющие на колебания кантилевера.

1 Математические модели контактного взаимодействия для нано-контакта

Теоретическое описание взаимодействие сканирующего зонда и образца предложено, например, в работе [16], где показано, что в процессе сканирования зонд воздействует на образец с некоторой силой в диапазоне $(1 \div 100) \cdot 10^{-9}$ Н. Действие этой силы приводит к возникновению значительного контактного давления, которое должно вызывать контактные деформации и большие напряжения. Решение задачи Герца дает соотношение между придавливающей силой и глубиной проникновения α для сферического зонда

$$F = \frac{Ka^3}{R} = K\alpha^{\frac{3}{2}} R^{\frac{1}{2}}, \quad \frac{1}{K} = \frac{3}{4}\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right),$$

где E_1, E_2, ν – модули упругости и коэффициент Пуассона контактирующих тел.

При рассмотрении в качестве образца модель волокнистого (ортотропного) основания необходимо использовать теорию контакта анизотропных тел.

Следовательно, можно предположить, что в этом случае закон Герца, установленный для статических условий, применим и для задачи о деформации системы «сканирующий зонд – ортотропный образец»

$$P = n'\alpha^{\frac{3}{2}},$$

где $n' = \left(\dfrac{16}{3\pi\left(k_1' + k_2'\right)}\right)\left(\dfrac{C_R}{s^3}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad s = \dfrac{4F(k)}{\pi p},$

$$F = \frac{Ka^3}{R} = K\alpha^{\frac{3}{2}} R^{\frac{1}{2}}.$$

Величины k_1' и k_2' характеризуют зависимость от упругих свойств зонда и образца. Для волокнистого или композитного образца, моделируемого теорией анизотропного упругого тела [6] выражение для k_2' будет:

$$k_2' = \frac{\sqrt{A_{22}}\left[\left(\sqrt{A_{11}A_{22}} + C_{zr}\right)^2 - \left(A_{12} + C_{zr}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{2\pi\sqrt{C_{zr}}\left(A_{11}A_{22} - A_{12}^2\right)},$$

где

$$A_{11} = E_z\left(1-\nu_r\right)\beta, \quad A_{22} = \left[\frac{E_r\beta\left(1-\nu^2_{zr}\delta\right)}{1+\nu_r}\right],$$

$$A_{12} = E_z\nu_{zr}\beta, \quad \beta = \frac{1}{1-\nu_r-2\nu^2_{zr}\delta}, \quad \delta = \frac{E_r}{E_z},$$

E, G и ν – модуль Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона для образца; индексы r и z обозначают направления по радиусу и толщине соответственно.

Коэффициент C_R учитывает влияние кривизны

$$C_R^{-1} = \frac{1}{R_{1m}} + \frac{1}{R_{2m}} + \frac{1}{R_{1M}} + \frac{1}{R_{2M}},$$

где R_{1m} и R_{1M} – главные радиусы кривизны в точке контакта сканирующего зонда, R_{2m}, R_{2M} – главные радиусы кривизны образца, при этом образуется эллиптическая площадка контакта с большой и малой полуосями:

$$a = m\left[\frac{3\pi}{2}P\left(k_1' + k_2'\right)C_R\right]^{\frac{1}{3}},$$

$$b = r\left[\frac{3\pi}{2}P\left(k_1' + k_2'\right)C_R\right]^{\frac{1}{3}}.$$

Для сферического зонда ($R_{1m} = R_{1M} = R_1$), изготовленного из изотропного материала, и для плоского основания ($R_{2m} = R_{2M} = \infty$), $C_R = R_1/2$ и $s = 2$.

Используя теоретический подход [6] приведем некоторые результаты расчета параметров нано–контакта.

При математическом моделировании взаимодействия в системе «сканирующий зонд – ортотропный образец» полученные результаты представлены на рисунках 1 – 4.

Для анализа соотношения между придавливающей силой и глубиной проникновения α, зависимость $F(\alpha) = d\alpha^{3/2}$ расчеты проводились для кремневого зонда ($E = 1.5 \cdot 10^{11}$ Па $\nu = 0.33$) и ортотропного образца ($E_r = 51.1$ ГПа, $E_z = 11.9$ ГПа $G_{zr} = 4.14$ ГПа, $G_r = 19.5$ ГПа, $\nu_r = 0.31 \nu_{zr} = 0.06$), глубина проникновения α изменяется в пределах от 0.1 нм до 1.5 нм. Используя, предоставленные по результатам расчета графические зависимости, дают возможность оптимально выбирать размеры и механические свойства контактирующего зонда – индентора в зависимости от свойств среды.

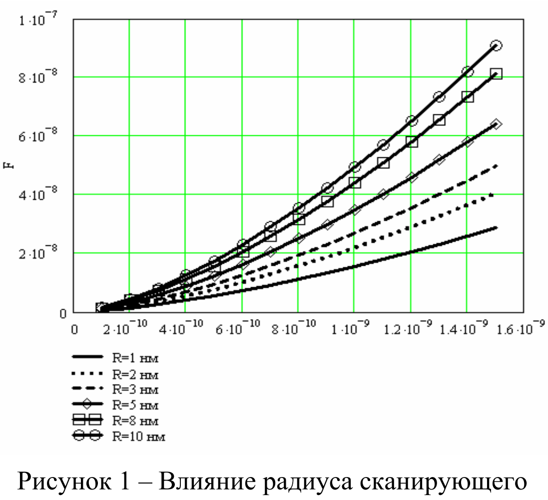


Рисунок 1 – Влияние радиуса сканирующего зонда на величину силы вдавливания (ось Oy) в зависимости от глубины проникновения α (ось Ox), α изменяется в пределах от 0.1 нм до 0.5 нм

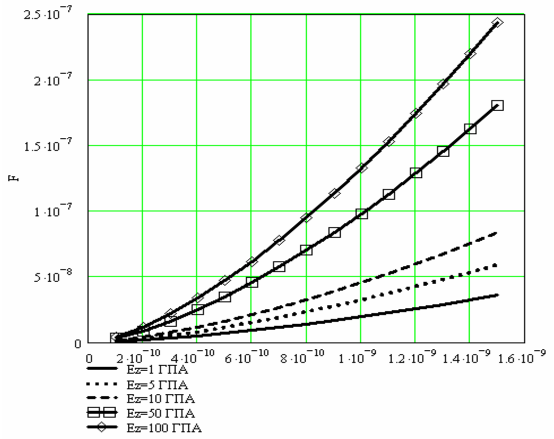


Рисунок 2 – Влияние анизотропии образца на величину силы вдавливания (ось *Oy*) в зависимости от глубины проникновения α (ось *Ox*)), α изменяется в пределах от 0.1 нм до 0.5 нм

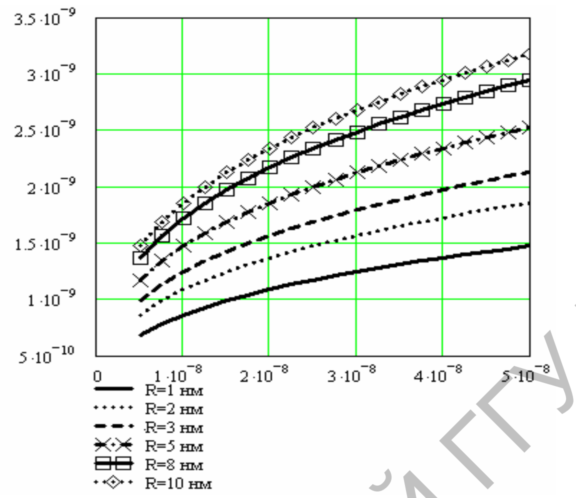


Рисунок 3 – Влияние радиуса индентора на величину площадки контакта (ось *Oy*) в зависимости от силы вдавливания *P* (ось *Ox*), которая изменялась в пределах $5\cdot 10^{-9}$ *N* до $50\cdot 10^{-9}$ *N*

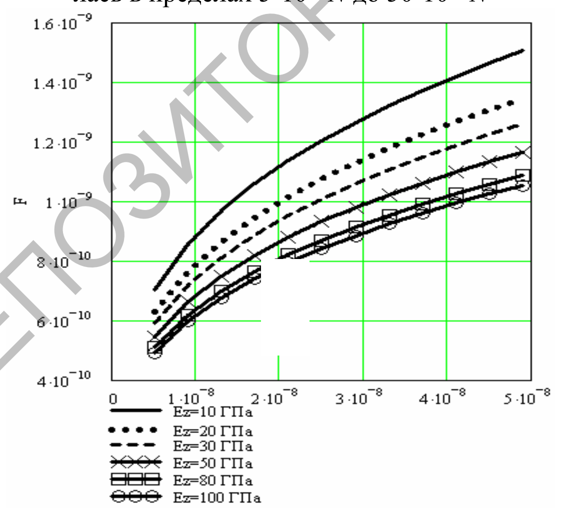


Рисунок 4 –Влияние анизотропии образца на величину площадки контакта (ось *Oy*) в зависимости от силы вдавливания *P* (ось *Ox*), которая изменялась в пределах $5\cdot 10^{-9}$ *N* до $50\cdot 10^{-9}$ *N*

2 Применение решения плоских локальных контактных задач для ортотропных покрытий

В случае использования плоской задачи теории упругости напряжения и перемещения в покрытии выражаются через функцию Эри *Ф*, более подробная методика представлена в работе [8].

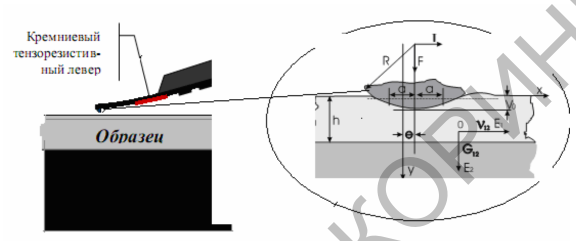


Рисунок 5 – Схема контакта зонда с ортотропным покрытием образца

Предполагаем, что имеет место локальный контакт, когда ширина площадки контакта значительно меньше радиуса зонда (для упрощения расчетов наконечник зонда (кантилевера) моделируем в виде цилиндра, рисунок 5); упругое покрытие из композита моделируем в виде ортотропной бесконечной полосы на жестком основании и адгезионно связанной с ним. При этом выполняются следующие граничные условия:

$$\upsilon(x,0)=\upsilon_0-\frac{x^2}{2R}-\frac{ex}{R},\quad \tau=fP,\quad |x|<a;$$

$$P(x,0)=-\sigma_{yy}(x,0)=\tau=0,\quad |x|>a,$$

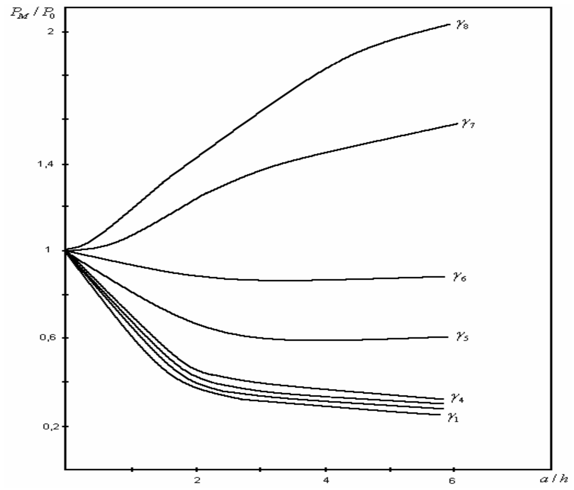
и условие равновесия $F=\int\limits_{-a}^{a}P(x)dx.$

Таким образом, задача состоит в том, чтобы при заданных механических характеристиках композиционного покрытия и зонда – индентора (E_{ii},ν_{ii},G , *e*, ν), нормальной линейной силе *F* и радиусе найти зону контакта и давление.

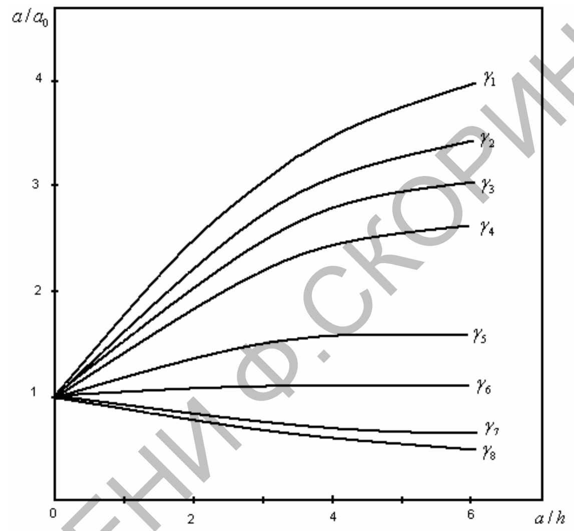
Учитывая граничные условия на верхней и нижней границах контакта, получаем систему уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов, входящих в функцию напряжений Эри (методика решения дана в работах [10]–[16]). Таким образом, на основании ранее разработанных теоретических положений строится теория определения параметров нано – контакта для различных оснований (образца), включающих анизотропию и слоистость с учетом эффекта трения. На рисунках 6, 7 представлены графические зависимости, облегчающие нахождение параметров контакта для уточняющих теорий. Для облегчения применения теории взаимодействия для нано – контакта, при контакте ортотропного покрытия и цилиндрического жесткого зонда – индентора, ниже приведены графики, с помощью которых легко определить параметры контакта.

В качестве параметра, характеризующего упругие свойства ортотропного покрытия и упругие свойства из изотропного основания, вводился параметр $\gamma = \dfrac{E_2}{E}$, где E_2 – модуль упругости покрытия в направлении оси y; E – модуль упругости изотропного основания.

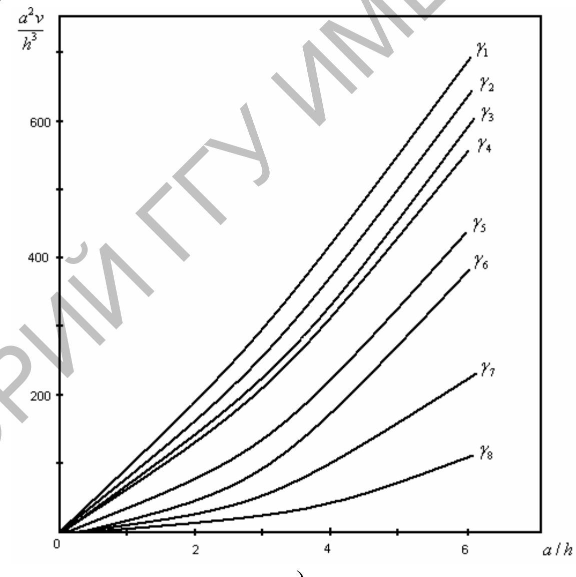
На рисунках 6, 7 приведены зависимости изменения параметров контакта $\tilde{p} = p_m / p_0$ и $\tilde{a} = a / a_0$ от $\alpha_{0x} = \dfrac{a}{h}$. Эпюры давления для некоторых случаев показаны на рисунках 7.



a)



b)



c)

Рисунок 6 – Зависимости при вдавливании жесткого цилиндрического штампа в ортотропное покрытие с модулями упругости:

a) – относительного давления P_M / P_0 от a / h;

b) – относительной полуширины площадки контакта a / a_0 от a / h;

c) – относительной величины вдавливания v от a / h.

Параметры расчета: $E_1 = 52.7$ ГПа; $E_2 = 11.9$ ГПа; $G_{12} = 5.62$ ГПа; $\upsilon_{12} = 0.25$ для различных отношений упругих постоянных покрытия и основания: $\gamma_1 = \dfrac{E_2}{E} = 24$; $\gamma_2 = 16$; $\gamma_3 = 12$; $\gamma_4 = 8$; $\gamma_5 = 2.4$; $\gamma_6 = 1$; $\gamma_7 = 0.2$; $\gamma_8 = 0.06$.

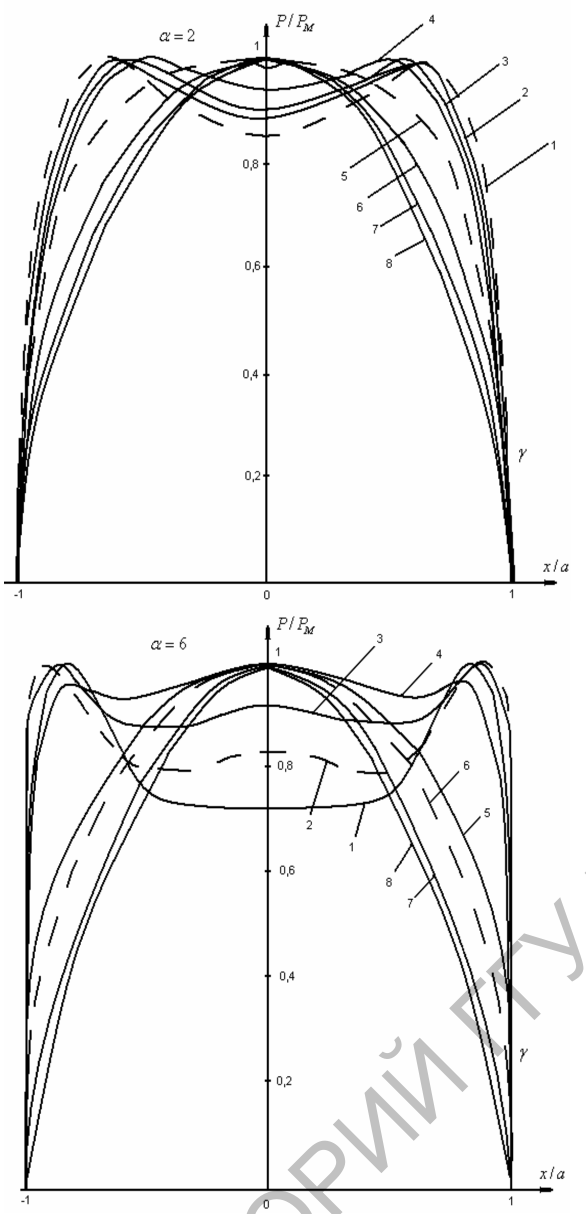


Рисунок 7 – Изменение профилей давления при вдавливании цилиндрического штампа в ортотропное покрытие на упругом основании в зависимости от модуля упругости E

$(1 - \gamma_1 = \dfrac{E_2}{E} = 24$; $2 - \gamma_2 = 16$; $3 - \gamma_3 = 12$; $4 - \gamma_4 = 8$; $5 - \gamma_5 = 2.4$; $6 - \gamma_6 = 1$; $7 - \gamma_7 = 0.2$; $8 - \gamma_8 = 0.06$).

Параметры расчета: для покрытия $E_x = 52.7$ ГПа; $E_y = 11.9$ ГПа; $G_{12} = 5.62$ ГПа; $\alpha = \dfrac{a}{h} = 6$; $\alpha = \dfrac{a}{h} = 2$; $\upsilon_{12} = 0.25$.

Теоретический расчет можно производить по приближенным зависимостям [8]

$$\left(a / a_0\right)^2 = \left(1 - \sqrt{1 - 4 d_1 a_0^2 / h^2}\right) / 2 d_1 a_0^2 / h^2 ,$$

$$\delta = -\frac{a_0^2}{2R}\left[\ln\frac{a}{h} - 1.193 + d_0 + \frac{d_1}{4}\frac{a^2}{h^2}\right].$$

Здесь зона контакта a_0 и давление p_0 (типа Герца) определяются по формулам (3.5) и (3.4), а коэффициенты определяются из вычисления интегралов:

$$d_0 = \int_0^\infty \frac{N(\beta) - e^{-\beta}}{\beta} d\beta; \quad N(\beta) = 1 + L(\beta);$$

$$d_j = \frac{(-1)^j}{(2j)!}\int_0^\infty \left[1 + L(\beta)\right]\beta^{2j-1} d\beta; \qquad \left|\frac{t - x}{h}\right| < 2.$$

$$L(\beta) = \frac{(\beta_2 - \beta_1)\, sh\dfrac{\beta}{\beta_1}\, sh\dfrac{\beta}{\beta_2}}{\beta_1 sh\dfrac{\beta}{\beta_2}\, ch\dfrac{\beta}{\beta_1} - \beta_2 sh\dfrac{\beta}{\beta_1}\, ch\dfrac{\beta}{\beta_2}},$$

где

$$\beta_{1,2} = \left(\sqrt{\frac{S_{66} + 2S_{12} \pm \sqrt{(S_{66} + 2S_{12})^2 - 4S_{11}S_{22}}}{2S_{11}}}\right)^{-1}.$$

Связь между напряжениями (σ_x, σ_y, τ_{xy}) и деформациями (ε_x, ε_y, γ_{xy}) запишем, используя обобщенный закон Гука

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix},$$

где постоянные S_{ij} для плоской деформации определяются:

$$S_{11} = \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1},\ S_{12} = -\frac{\nu_{12} + \nu_{13}\nu_{31}}{E_1},$$

$$S_{22} = \frac{1 - \nu_{32}\nu_{23}}{E_2},\ S_{66} = \frac{1}{G_{12}},$$

а при плоско-напряженном состоянии коэффициент Пуассона: $\nu_{j3} = \nu_{3j} = 0$, $j = 1,2$. При этом между модулями упругости существует связь: $\dfrac{\nu_{ij}}{E_i} = \dfrac{\nu_{ji}}{E_j}$, $i, j = 1, 2, 3$.

3 Взаимодействие цилиндрического индентора с ортотропной полуплоскостью

Для более четкого применения теории контактного взаимодействия в случае ортотропных тел ниже приведена концепция расчета на основании работ [8], [15]. Предполагается, что имеется слоистый материал (слой на жестком основании), армированный волокнами, которые ориентированы в направлении одной из осей *Ox* или *Oy* (координатные оси совпадают с основными направлениями анизотропии материала). Если форму контактирующего зонда – индентора в области контакта можно описать в виде цилиндра (параболы), то решение контактной задачи строится на использовании функции Грина, определяющей вертикальное перемещение границы $y = 0$ ортотропной полуплоскости, нагруженной сосредоточенной силой P [8].

$$\upsilon = \frac{P}{2\pi(\beta_1 - \beta_2)}\left[S_{22}\left(\beta_1^2 \ln\left|\frac{x\beta_1}{h}\right| - \beta_2^2 \ln\left|\frac{x\beta_2}{h}\right| \right) + \right.$$
$$\left. + S_{12} \ln\left|\frac{\beta_2}{\beta_1}\right| \right], \qquad (3.1)$$

Функция Грина (3.1) определялась из граничных условий: равенство нулю вертикального перемещения ($\upsilon = 0$ при $x = 0$, $y = h$); отсутствие поворота $\left(\frac{d\upsilon}{dx} = 0 \text{ при } x = 0, y = 0\right)$. Решение контактной задачи сводится к определению неизвестного закона распределения давления, удовлетворяющего условию равновесия: $\int_{-a}^{a} p(t)dt = P$.

Предполагается, что напряжения σ_{yy} и τ_{xy}, распределенные на границе полуплоскости, заданы следующим образом :

$$\sigma_{yy} = \begin{cases} p(x), & -a \le x \le a, y = 0; \\ 0, & a < |x|; \end{cases}$$
$$\tau_{xy} = 0, -\infty \le x \le \infty, y=0.$$

Используя зависимость (3.1) и подставив функцию Грина, находим для заданных выше граничных условий перемещение:

$$\upsilon = \left\{ -\frac{S_{22}}{\pi(\beta_1 - \beta_2)} \beta_1^2 \int_{-a}^{a} p(t) \ln\left|\frac{\beta_1}{h}(x - t)\right| dt + \right.$$
$$+ \frac{S_{22}}{\pi(\beta_1 - \beta_2)} \beta_2^2 \int_{-a}^{a} p(t) \ln\left|\frac{\beta_2}{h}(x - t)\right| dt -$$
$$\left. \frac{S_{22}}{\pi(\beta_1 - \beta_2)} \ln\frac{\beta_2}{\beta_1} P \right\}. \qquad (3.2)$$

Используя функцию Грина, граничные условия и условия равновесия, получаем интегральное уравнение для определения давления $p(x)$ [8]:

$$\frac{1}{\pi}\theta_s \int_{-a}^{a} p(t) \ln|t - x|\, dt = f(x) + const, \qquad (3.3)$$

где $\theta_s = (\beta_1 + \beta_2)S_{22}$, $f(x)$ – уравнение контура цилиндра.

Для малых областей контакта, представив приближенное уравнение цилиндра в виде:

$$f(x) = \frac{x^2}{2R},$$

получим известное решение уравнения

$$p(x) = \frac{1}{R\theta_s}\sqrt{a^2 - x^2}, \quad -a \le x \le a. \qquad (3.4)$$

Подставив это решение в условие равновесия, легко определим значение полуширины площадки контакта:

$$a = \sqrt{\frac{2PR\theta_s}{\pi}}. \qquad (3.5)$$

Зная закон распределения давления в области контакта, нетрудно найти максимальное перемещение границы ортотропной полуплоскости при вдавливании жесткого цилиндрического штампа. Действительно, используя зависимости для перемещений (3.2) при $x = 0$, получаем

$$\upsilon = -\frac{1}{\pi}\theta_s \left[\int_{-a}^{a} p(t) \ln|t|\, dt - K_0 P \right], \qquad (3.6)$$

где

$$K_0 = \left[S_{22}(\beta_1 + \beta_2)\ln h - \right.$$
$$\left. -\frac{S_{22}}{\beta_1 - \beta_2}(\beta_1^2 \ln\beta_1 - \beta_2^2 \ln\beta_2) - \frac{S_{12}}{\beta_1 - \beta_2} \ln\frac{\beta_2}{\beta_1} \right].$$

Подставив в (3.6) $p = \frac{2P}{\pi a}\sqrt{a^2 - x^2}$ и вычислив интеграл, найдем перемещение границы ортотропной полуплоскости [8]:

$$\upsilon = -\frac{P}{\pi}\left\{ S_{22}(\beta_1 + \beta_2)\left[\ln\frac{a}{2h} - \frac{1}{2} \right] + \right. \qquad (3.7)$$
$$\left. + \frac{S_{22}}{\beta_1 - \beta_2}(\beta_1^2 \ln\beta_1 - \beta_2^2 \ln\beta_2) + \frac{S_{12}}{\beta_1 - \beta_2} \ln\frac{\beta_2}{\beta_1} \right\}.$$

Таким образом, определяются параметры контакта при взаимодействии иглы кантилевера и контактируемого ортотропного тела. Для упрощения решение строилось в случае, когда контактирующий зонд – индентор абсолютно жесткий. По этой методике строится решение для упругого индентора, но тогда в интегральном уравнении (3.3) параметр θ будет иметь вид

$$\theta_s = (\beta_1 + \beta_2)S_{22} + 2\frac{1 - \nu^2}{E},$$

соответственно перемещения определяются по (3.6) при подстановке давления (3.4).

Заключение

В результате проведенных исследований обобщены механические и математические модели контактного взаимодействия сферического (цилиндрического) индентора, применяющегося при нано-контакте с армированным композитом (слоем), механические свойства которого описываются теорией ортотропного тела; представлен учет свойств анизотропии.

Предлагаемые математические модели для описания влияния ориентации волокон на параметры статического контакта, являются приближенными. Здесь не учитываются такие процессы, как выдергивание волокон, их связь с матрицей, форма и размеры волокон и т.д. Используя полученный метод, можно оценить влияние свойств, расположения волокон и их объемного содержания на напряжение в композите при контакте опираясь на модели [15]. По аналитическим и графическим зависимостям можно произвести расчеты для различных материалов с целью дальнейшего применения в нано-технологиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Штаерман, И.Я.* Контактная задача теории упругости / И.Я. Штаерман. – М. : Гостехтеоретиздат, 1949.

2. *Динник А.Н.* Удар и сжатие упругих тел / А.Н. Динник. – Киев : Изд-во АН УССР, 1952.

3. *Goldsmith, W.* Impact / W. Goldsmith. – London : Edward Arnold, 1960.

4. *Moon, F.C.* Structural design and analysis / F.C. Moon // Impact; ed. C.C. Chams. – New York : Academic press, 1975. – Vol. 7. – P. 260–320.

5. *Moon, F.C.* Theoretical analysis of impact in composite plates / F.C. Moon // Univ. Pep. for NASA Lewis Res. Lab. – CR-121110, 1972.

6. *Грещук, Л.В.* Перелом композиционных материалов при низко-скоростных ударах / Л.В. Грещук // Динамика удара; под ред. С.С. Григорьева. – М. : Мир, 1985. – С. 8–46.

7. *Saka, N.* Fiction and wear of fiber-reinforced metal-matrix composites / N. Saka, N. Szeto, T. Erturk // Wear. – 1992. – Vol. 157, № 2. – P. 339–357.

8. *Можаровский, В.В.* Прикладная механика слоистых тел из композитов / *В.В. Можаровский,* В.Е. Старжинский. – Минск : Наука и техника, 1988.

9. *Прусов, И.А.* Термоупругие анизотропные пластинки / И.А. Прусов. – Мн. : БГУ, 1978. – 200 с.

10. *Можаровский, В.В.* Плоские контактные задачи для анизотропных покрытий с учетом трения / В.В. Можаровский // Трение и износ. – 1992. – Т.13, № 5. – С. 825–836.

11. *Можаровский, В.В.* Влияние трения между цилиндрическим индентором и покрытием на параметры контакта / В.В. Можаровский // Трение и износ. – 1990. – № 6. – С. 1014–1024.

12. *Можаровский, В.В.* Моделирование напряженно-деформированного состояния массивных шин из армированных материалов / В.В. Можаровский // Материалы, технологии, инструменты. – 2008. – № 3. – С. 14–21.

13. *Можаровский, В.В.* Методы расчета напряженно-деформированного состояния поверхностных слоев из композиционных материалов для тел сопряжения / В.В. Можаровский // Механика. – 1990. – Т. 9, № 2. – С. 81–89.

14. *Можаровский, В.В.* Исследование напряженного состояния волокнистого композиционного материала с однородным покрытием при контакте с цилиндрическим индентором / В.В. Можаровский, Н.А. Рогачева // Материалы, технологии, инструменты. – 2000. – Т. 5, № 2. – С. 5–10

15. *Pleskachevsky, Yu.M.* Mathematical models of quasi-static interaction between fibrous composite bodies / Yu.M. Pleskachevsky, V.V. Mozharovsky, Yu.F. Rouba // Proc. Int. Conf. Computational methods in contact mechanics III, Madrid, July 3-5, 1997. – Madrid, 1997. – P. 363–372.

16. *Галлямов, М.О.* Сканирующая зондовая микроскопия: основные принципы, анализ искажающих эффектов / М.О. Галлямов, И.В. Яминский // [Электронный ресурс]. Режим доступа : http://www.spm.genebee.msu.su/members/gallyamov/gal_yam/gal_yam1.html. – Дата доступа : 03.05.2010.

Поступила в редакцию 01.06.10.