Доклады Академии наук СССР
1974. Том 216, № 6

УДК 539.389.3 *МЕХАНИКА*

Ю. М. ПОЧТМАН, З. И. ПЯТИГОРСКИЙ

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРИСПОСАБЛИВАЮЩИХСЯ КОНСТРУКЦИЙ КАК МЕТОД УСТАНОВЛЕНИЯ ИХ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ

(Представлено академиком Ю. Н. Работновым 11 I 1974)

В работах [1–3] с позиций методов математического программирования показана возможность прямого синтеза приспосабливающихся N раз статически неопределимых конструкций и отмечена необходимость установления для них коэффициента запаса в зависимости от вида нагрузки.

В настоящей работе на основе анализа процесса приспособляемости вводится понятие «оптимальной по приспособляемости» конструкции и предлагается алгоритм ее проектирования. Показано, что такая конструкция находится в состоянии предельного равновесия по отношению к квазистатическим нагрузкам. Ограничения на вид конструкции не накладываются, а задача их оптимального проектирования также формулируется как задача математического программирования. Исследование с помощью ЭЦВМ выполняется одним из алгоритмов метода случайного поиска — алгоритмом «независимого» глобального поиска [4].

1. Теорема Мелана [5] о приспособляемости может быть представлена следующим образом:

$$\forall t \to (g(\zeta)=0 \ \& \ \Phi(\sigma_t^{(e)}+\zeta) \leqslant k^2) \to \exists \zeta, \tag{1}$$

где t — любой момент времени, ζ — поле остаточных напряжений, $g(\zeta)$ — условие равновесия (самоуравновешенности ζ), Φ — функция текучести, $\sigma_t^{(e)}$ — поле напряжений, вычисленных в момент t в предположении упругой работы материала («упругий» расчет), k^2 — пластическая константа, определяемая видом функции текучести.

Если конструкция R приспосабливается к нагрузке, то возможно разбиение множества ее точек на подмножества R_1, R_2 и R_3 такие, что

$$\forall r \in R_1 \to \Phi(\sigma_1^{(e)}) < k^2,$$

$$\forall r \in R_2 \to \Phi(\sigma_2^{(e)} = k^2),$$

$$\forall r \in R_3 \to \Phi(\sigma_3^{(e)}) > k^2,$$

где $\sigma^{(e)}$ — поле огибающих «упругого» расчета.

В процессе циклов приспособления, до прекращения пластических деформаций, по мере возникновения поля остаточных напряжений ζ границы разбиения меняются. При этом, как видно из следующих соотношений, в силу постоянства знака пластических деформаций, множество R_3 сужается:

$$\Phi(\sigma_1^{(e)}+\zeta_1) \leqslant k^2; \qquad \Phi(\sigma_2^{(e)}+\zeta_2) \leqslant k^2, \tag{2}$$

$$k^2 \leqslant, \geqslant, = \Phi(\sigma_3^{(e)}+\zeta_3) < \Phi(\sigma_3^{(e)}). \tag{3}$$

При сужении множества R_3 (3) переходим в (2); приспособляемость наступает, когда

$$\forall r \in R_3 \to \Phi(\sigma_3^{(e)}+\zeta_3') \leqslant k^2 \ \& \ \exists r \in R_3 \to \Phi(\sigma_3^{(e)}+\zeta_3') = k^2.$$

Для R_3, таким образом, существование строгого равенства обязательно, чего нельзя сказать об R_1 и R_2.

2. Приведенные рассуждения показывают, что в приспособившейся конструкции должно возникнуть поле ζ, минимальное по модулю на некотором подмножестве из R_3. При этом может оказаться возможным представление такого «фиктивного» поля ζ, что

$$\forall r \in R \to \Phi(\sigma^{(e)}+\zeta) < k^2. \tag{5}$$

В свете этого представляется целесообразной следующая постановка задачи прямого проектирования: установить такие оптимальные параметры, при которых при обеспечении (1) было бы невозможно ζ, а с ним и (5). Это условие, в дальнейшем именуемое «оптимальностью по приспособляемости», может быть представлено следующим образом:

$$\begin{gathered}\exists \zeta \neq 0 \to (\forall r \in R \to \Phi(\sigma^{(e)}+\zeta) \leqslant k^2 \ \& \\ \exists r_0 \in R \to (\forall \zeta_0 \neq \zeta_0 \to \Phi(\sigma^{(e)}+\zeta)_0 > k^2) \ \& \\ \forall \alpha > 1 \to \Phi(\alpha \cdot \sigma^{(e)}+\zeta)_0 > k^2.\end{gathered} \tag{6}$$

Таким образом, становится очевидной следующая

Лемма. *Конструкция, удовлетворяющая ограничениям* (6), *находится в предельном состоянии по приспособляемости.*

Обращает на себя внимание тот факт, что поле ζ в (6) не является единственно возможным: единственно возможны (экстремальны) лишь его значения в r_0.

3. Как указано в ([1]), задача математического программирования может быть представлена следующим образом: найти

$$F(\Omega) \to \min$$

при ограничениях

$$\zeta \neq 0, \ \ \Phi(\sigma^{(e)}+\zeta) \leqslant k^2, \ \ g(\sigma^{(e)}, \ \zeta) = 0,$$

где Ω — вектор управляемых параметров. Для оптимальной по приспособляемости конструкции к этим ограничениям добавляются (6).

4. Ввиду нелинейности в общем случае функции цели и ее ограничений, проблему следует рассматривать как задачу отыскания глобального экстремума. Для ее численной реализации на ЭЦВМ целесообразно использовать алгоритм «независимого» глобального поиска ([4]).

Рекуррентные формулы для памяти принимаем в следующей форме:

$$x_i^t = \begin{cases} x_i^{t-1}, & \text{если } F^t \geqslant F^{t-1}, \\ y_i^t, & \text{если } F^t < F^{t-1}; \end{cases}$$

$$y_i^t = (A_i^t - B_i^t) \cdot M + B_i^t;$$

$$A_i^t = \begin{cases} \bar{A}_i^t, & \text{если } \bar{A}_i^t > A_i^{t-1}, \\ A_i^{t-1}, & \text{если } \bar{A}_i^t \leqslant A_i^{t-1}; \end{cases}$$

$$B_i^t = \begin{cases} \bar{B}_i^t, & \text{если } \bar{B}_i^t < B_i^{t-1}, \\ B_i^{t-1}, & \text{если } \bar{B}_i^t \geqslant B_i^{t-1}; \end{cases}$$

$$\bar{A}_i^t = w(A_i^{t-1} - B_i^{t-1}) + x_i^{t-1}; \qquad \bar{B}_i^t = w(B_i^{t-1} - A_i^{t-1}) + x_i^{t-1}.$$

Здесь x_i^t — экстремальные, y_i^t — текущие значения i-х параметров Ω и ζ, A_i^t и B_i^t — соответственно нижний и верхний их пределы на шаге t; $0 \leqslant M \leqslant 1$ — равномерно распределенное на отрезке случайное число, $w < 0{,}5$ — константа. Окончание поиска устанавливается по условию $\forall i \rightarrow \mathrm{mod}(A_i - B_i) < \varepsilon$, где ε — заданная точность. Для уточнения результата поиск дополняется локальным поиском по случайно выбираемым взаимно перпендикулярным направлениям ([1]).

Днепровский инженерно-строительный
институт

Поступило
28 XII 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] *Ю. М. Почтман, З. И. Пятигорский,* ДАН, т. 210, № 5, 1030 (1973). [2] *Ю. М. Почтман, З. И. Пятигорский,* Строительная механика и расчет сооружений, № 2, 23 (1973). [3] *Ю. М. Почтман, З. И. Пятигорский,* Проблемы прочности, № 11, 47 (1973). [4] *Л. А. Растригин,* Статистические методы поиска, М., 1968. [5] *В. Т. Койтер,* Общие теоремы теории упруго-пластических сред, М., 1961.