Доклады Академии наук СССР
1974. Том 218, № 5

УДК 541.18:538 *ФИЗИКА*

М. И. ШЛИОМИС

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В СУСПЕНЗИИ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 29 XII 1973)

1. Ферромагнитные частицы с линейными размерами $a \leqslant 10^{-5}$ см обладают постоянными по величине магнитными моментами μ. Степенью их упорядоченности определяется намагниченность суспензии **M** во внешнем поле **H** — ситуация, типичная для парамагнитных газов. В постоянном поле вектор **M** параллелен **H** и равен

$$M_0 = n\mu L(\xi), \quad \xi = \mu H/(kT), \quad L(\xi) = \operatorname{cth} \xi - \xi^{-1} \tag{1}$$

(n — плотность числа частиц, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура).

Время установления равновесной намагниченности существенно зависит от вязкости жидкости η, так как изменение ориентации «элементарного» магнитного момента μ осуществляется путем вращения самой частицы. В слабых полях ($\xi \ll 1$) время релаксации намагниченности τ близко к броуновскому времени вращательной диффузии $\tau_B = 3V\eta/(kT)$ (V — объем частицы), а в сильных полях ($\xi \gg 1$, низкотемпературный предел) приближается к значению [1] $2\tau_B/\xi = 6V\eta/(\mu H)$. Интересной экспериментальной проверкой этих представлений о механизме релаксационных процессов могло бы явиться изучение поведения суспензии во вращающемся магнитном поле.

Из-за наличия конечного τ при равномерном вращении поля возникает постоянный сдвиг фаз между векторами **M** и **H**. Запаздыванием намагниченности обусловлен момент сил, действующий с объемной плотностью $[\mathbf{MH}]$ на взвешенные в жидкости частицы. Вращение, приобретаемое ими под влиянием указанного момента, превращается частично в гидродинамическое (со скоростью **v**) движение суспензии. Интенсивность последнего, однако, невелика. Можно показать [2], что отношение локальной угловой скорости вращения жидкости $\frac{1}{2}\operatorname{rot}\mathbf{v}$ к средней скорости вращения частиц $\mathbf{\Omega}$ порядка $c(a/R)$, где $c=nV$ — объемная концентрация твердой фазы, а R — характерный размер контейнера.

Таким образом, движение ферромагнитных частиц взвеси, вызванное вращением магнитного поля, сводится в основном к собственному (осевому) вращению: трансляционным (гидродинамическим) движением частиц можно пренебречь. В этом случае уравнениями движения будут [3]

$$I\dot{\mathbf{\Omega}} = [\mathbf{MH}] - \Gamma\mathbf{\Omega}, \quad \dot{\mathbf{M}} = [\mathbf{\Omega M}] - \frac{1}{\tau_B}\left(\mathbf{M} - M_0\frac{\mathbf{H}}{H}\right); \tag{2}$$

здесь $I = nI_1$, I_1 — момент инерции сферической частицы, $\Gamma = n\Gamma_1$, $\Gamma_1 = 6V\eta$.

2. В однородном вращающемся поле

$$H_x = H\cos\omega t, \quad H_y = H\sin\omega t \tag{3}$$

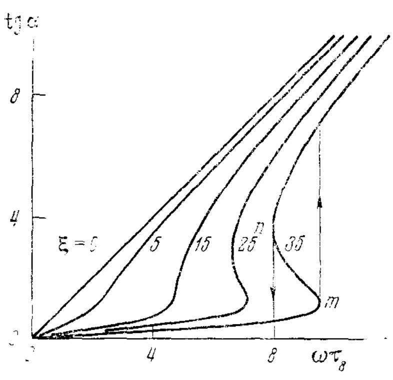

Рис. 1

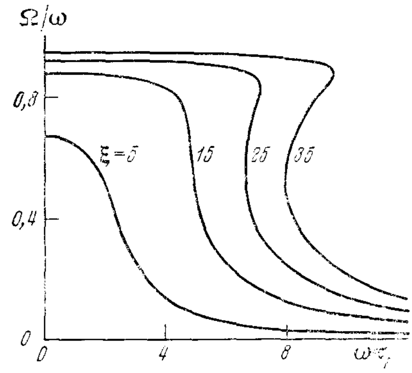

Рис. 2

вектор **M** вращается с той же угловой скоростью, что и **H**, отставая по фазе на угол α:

$$M_x=M\cos(\omega t-\alpha),\qquad M_y=M\sin(\omega t-\alpha),$$

а средняя угловая скорость вращения частиц $\Omega_z=\Omega$ постоянна. Амплитуда намагниченности M, скорость Ω и сдвиг фаз α находятся из уравнений (2):

$$M=M_0(1+x^2)^{-1/2},\qquad \Omega=\tau_B^{-1}(\gamma-x);\tag{4}$$

$$x^3-\gamma x^2+Fx-\gamma=0;\tag{5}$$

$$x\equiv\operatorname{tg}\alpha,\qquad \gamma\equiv\omega\tau_B,\qquad F\equiv{}^1/_2(\xi\operatorname{cth}\xi+1)\geqslant1.$$

Определяемая уравнением (5) зависимость $\operatorname{tg}\alpha$ от $\omega\tau_B$ для различных значений ланжевеновского аргумента ξ представлена на рис. 1. При $\xi\ll1$ ($F\approx1$) из (5) следует $\operatorname{tg}\alpha\approx\omega\tau_B$. Этот результат сохраняется и для сильных полей при больших частотах вращения поля ($\omega\tau_B\gg\xi\gg1$), а при $\xi\gg1$ и $\xi\gg\omega\tau_B$ получается $\operatorname{tg}\alpha\approx2\omega\tau_B/\xi=6V\eta\omega/(\mu H)$.

Наиболее интересна область значений параметров $\xi\sim\omega\tau_B>1$. Как видно из рис. 1, начиная с некоторого $\xi=\xi_*$ зависимость $\alpha(\omega)$ в определенном интервале значений $\omega\tau_B$ становится неоднозначной. Из уравнения (5) и условий $\partial\gamma/\partial x=\partial^2\gamma/\partial x^2=0$ находятся критические значения $\xi_*=17$, $\omega_*\tau_B=5.2$, $\alpha_*=60°$. При $\xi>\xi_*$ угол α испытывает скачок в точке $\omega=\omega_m$, если частота вращения поля увеличивается, или в точке $\omega=\omega_n$, если она уменьшается (гистерезис).

На графиках рис. 2, рассчитанных по формуле (4), представлено в зависимости от $\omega\tau_B$ отношение средней угловой скорости вращения частиц Ω к частоте вращения поля ω. Видно, что при $\xi>\xi_*$ вращение частиц становится неустойчивым в точке ω_m, после чего Ω резко падает.

3. Поясним причину жесткой смены режимов вращения частиц взвеси. Для этого рассмотрим движение отдельной частицы с магнитным моментом $\boldsymbol{\mu}$ в поле (3). Подставляя в уравнения движения

$$I_1\dot{\boldsymbol{\Omega}}_1=[\boldsymbol{\mu}\mathbf{H}]-\Gamma_1\boldsymbol{\Omega}_1,\qquad \dot{\boldsymbol{\mu}}=[\boldsymbol{\Omega}_1\boldsymbol{\mu}]\tag{6}$$

стационарное решение вида

$$\mu_x=\mu\cos(\omega t-\alpha_1),\qquad \mu_y=\mu\sin(\omega t-\alpha_1),\qquad \Omega_{1z}=\Omega_1=\mathrm{const},$$

находим

$$\Omega_1=\omega,\qquad \sin\alpha_1=6V\eta\omega/(\mu H).\tag{7}$$

Отсюда видно, что вращение частицы с постоянной угловой скоростью Ω_1 возможно лишь при достаточно медленном вращении поля: $\omega \leqslant \mu H/(6V\eta)$. При выполнении обратного неравенства каждая отдельная частица уже не может вращаться стационарным образом. И хотя броуновская вращательная диффузия сглаживает эту нестационарность и движение ансамбля частиц (суспензии) остается стационарным при любых ω, изменение характера движения отдельной частицы все же приводит к макроскопическим следствиям: смена стационарного вращения частицы нестационарным сопровождается резким замедлением средней скорости Ω.

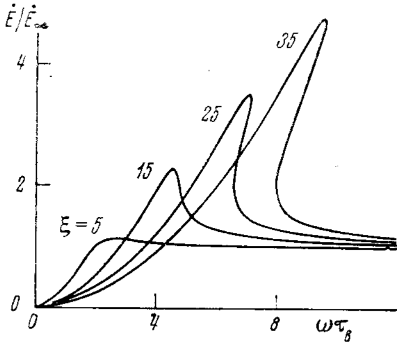

Рис. 3

4. Обсуждаемый эффект может быть обнаружен радиотехническими методами путем измерения поглощаемой мощности переменного магнитного поля. Для мощности $\dot{E}=-(\dot{\mathbf{M}}\mathbf{H})$, диссипируемой в единице объема суспензии, получаем, пользуясь (4) и (5),

$$\dot{E}=\frac{2nkT}{\tau_B}\gamma(\gamma-x). \tag{8}$$

График функции $\dot{E}(\gamma)/\dot{E}_\infty$ представлен на рис. 3. Через $\dot{E}_\infty$ обозначена мощность, поглощаемая при бесконечной скорости вращения поля ($\gamma\to\infty$):

$$\dot{E}_\infty=\frac{2nkT}{\tau_B}(F-1).$$

Максимум на кривых поглощения появляется при $\xi>3$ $(F>2)$. Безразмерная резонансная частота $\gamma_0=\omega_0\tau_B$ равна

$$\gamma_0=\frac{F}{2}\sqrt{\frac{F}{F-2}}. \tag{9}$$

Высота пика линии поглощения

$$\dot{E}(\gamma_0)=\dot{E}_{\max}=\frac{nkT}{2\tau_B}F^2.$$

В сильных полях ($\xi\gg1$), когда $F\approx\xi/2$, из (9) следует $\omega_0=\mu H/(12V\eta)$, а отношение $\dot{E}_{\max}$ к $\dot{E}_\infty$ равно $\xi/8$.

5. Заметим, что при интересующих нас частотах изменения поля $\omega\sim\tau_B^{-1}$ всегда можно пренебречь в первом уравнении (2) инерционным членом по сравнению с вязким. В самом деле, их отношение порядка $\omega\tau_s\sim\sim\tau_s/\tau_B$, где $\tau_s=I/\Gamma=a^2\rho/(15\eta)$, ρ — плотность и a — радиус частицы. При $a\sim10^{-15}$ см и $\eta\sim10^{-2}$ г/(см·сек) имеем

$$\frac{\tau_s}{\tau_B}=\frac{\rho kT}{60\pi\eta^2a}\sim10^{-6}.$$

Опуская в (2) член $I(\dot{\Omega})$ и исключая из уравнений Ω, получим

$$\dot{\mathbf{M}}=-\frac{1}{\tau_B}\left(\mathbf{M}-M_0\frac{\mathbf{H}}{H}\right)-\frac{1}{\Gamma}[\mathbf{M}[\mathbf{M}\mathbf{H}]]. \tag{10}$$

Таким образом, в уравнении движения магнитного момента суспензии при учете собственного вращения частиц появляется дополнительный релаксационный член типа Ландау — Лифшица ([4]). Нелинейностью этого члена и обусловлены резонанс поглощения и явление перехлеста, рассмотренные выше. В теории нелинейного ферромагнитного резонанса, основанной на уравнении Ландау — Лифшица, подобные эффекты известны ([5], [6]).

Автор глубоко благодарен акад. М. А. Леонтовичу за ценные замечания по рукописи статьи.

Отдел физики полимеров
Уральского научного центра
Академии наук СССР
Пермь

Поступило
11 XII 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] *М. А. Марценюк, Ю. Л. Райхер, М. И. Шлиомис,* ЖЭТФ, т. 65, 834 (1973). [2] *В. М. Зайцев, М. И. Шлиомис,* Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 5, 11 (1969). [3] *М. И. Шлиомис,* ЖЭТФ, т. 61, 2411 (1971). [4] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц,* Phis. Zs. Sowjet., v. 8, 153 (1935). [5] *Г. В. Скроцкий, Ю. И. Алимов,* ЖЭТФ, т. 36, 1267 (1959). [6] *А. Б. Петровский,* Физ. мет. и металловед., т. 24, 595 (1967); т. 27, 59 (1969).