

Член-корреспондент АН СССР В. В. КАФАРОВ, В. Л. ПЕРОВ,  
В. П. МЕШАЛКИН, А. Н. КАЛМЫКОВ

### ДЕКОМПОЗИЦИОННО-ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ МЕТОД СИНТЕЗА ОДНОГО ТИПА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОДСИСТЕМ ХТС

В работе предлагается декомпозиционно-топологический метод синтеза тепловых подсистем ХТС, основанный на использовании идей математического метода ветвей и границ, а также на применении понятия технологического маршрута исходного потока. Технологическим маршрутом  $i$ -го исходного потока называют часть некоторого альтернативного варианта технологической топологии тепловой подсистемы, отражающую последовательность операций теплообмена  $i$ -го исходного потока с одним или несколькими другими потоками. В соответствии с этим решение исходной задачи синтеза будем отыскивать как совокупность технологических маршрутов исходных потоков.

Сущность декомпозиционно-топологического метода синтеза заключается в отыскании оптимального решения для поставленной задачи синтеза не с помощью метода полного перебора всех возможных решений исходной задачи синтеза, что практически невозможно, так как связано с необходимостью решить комбинаторную задачу большой размерности, а путем упорядоченного, частичного перебора некоторых ее решений. Декомпозиционно-топологический метод синтеза состоит из трех основных этапов: 1) создание граничных задач первого уровня декомпозиции исходной задачи синтеза, в которых оптимальный вариант технологической топологии определяется в виде совокупности маршрутов исходных потоков; 2) последовательная иерархическая декомпозиция граничных задач первого уровня, в результате которой достигается необходимое снижение размерности граничных задач синтеза, что позволяет значительно сократить объем вычислительных операций при определении оптимального решения исходной задачи синтеза; 3) нахождение оптимального варианта технологической топологии и технологических и конструктивных параметров элементов подсистемы путем решения полученного множества граничных задач.

Критерий эффективности при синтезе тепловой подсистемы, т. е. величина приведенных затрат —  $\Pi$  (руб/год) на тепловую подсистему, в общем случае, является сложной функцией следующих переменных <sup>(1)</sup>:

$$\Pi = f(G, K, \bar{D}, \bar{X}, \bar{Y}), \quad (1)$$

где  $G$  — технологическая топология подсистемы;  $K$  — тип элементов подсистемы;  $\bar{D}$  — вектор технологических и конструктивных параметров элементов подсистемы;  $\bar{X}$  — вектор параметров входных технологических потоков;  $\bar{Y}$  — вектор параметров выходных технологических потоков.

В соответствии с постановкой задачи синтеза тепловых подсистем  $K$ ,  $\bar{X}$  и  $\bar{Y}$  являются заданными величинами при синтезе подсистемы. Поэтому для решения задачи синтеза необходимо определить  $G^*$  и  $\bar{D}^*$ , при которых  $\Pi(G^*, \bar{D}^*) = \min_{G, \bar{D}} \Pi(G, \bar{D})$ . Но, учитывая, что  $\bar{D} = \varphi(K, \bar{X}, \bar{Y}, G)$  при синтезе тепловой подсистемы для выполнения конкретного технологического задания, можно считать, что

$$\Pi = f^{(1)}(G). \quad (2)$$

Таким образом, в результате синтеза тепловой подсистемы требуется: получить  $G^*$  такое, что

$$\left. \begin{aligned} \Pi(G^*) = \min_{G \in E} \Pi(G) \\ \text{при } G \in E. \end{aligned} \right\} S, \quad (3)$$

где  $E$  — множество всех возможных вариантов технологической топологии синтезируемой тепловой подсистемы.

Первый этап декомпозиционно-топологического метода синтеза состоит в замене исходной задачи синтеза тепловой подсистемы ( $S$ ) множеством  $P_I \{p_j/j=1, \dots, r\}$  задач первого уровня декомпозиции меньшей размерности, которые являются граничными задачами по отношению к исходной задаче синтеза в том смысле, что они все вместе удовлетворяют условию <sup>(2)</sup>:

$$Z = (\exists G^*) (\exists \Pi_j(G^*)) [Q_j \leq \Pi(G^*)], \quad (4)$$

где  $p_j \in P_I$ ;  $Q_j$  — нижняя граница для критерия эффективности оптимального решения граничной задачи  $p_j$ .

Каждая граничная задача синтеза  $p_j \in P_I$  имеет вид: определить  $G_j^*$  такое, что

$$\left. \begin{aligned} \Pi_j(G_j^*) = \min_{G_j \in E_j} \Pi_j(G_j) \\ \text{при } G_j \in E_j \subset E \end{aligned} \right\} p_j, \quad (5)$$

где  $E_j$  — множество решений граничной задачи  $p_j$ .

Теперь предположим, что получено оптимальное решение  $G_j^*$  каждой граничной задачи  $p_j \in P_I$  и определено  $G_k^*$  такое, что

$$\Pi_k(G_k^*) = \min_{p_j \in P_I} \Pi_j(G_j^*), \quad (6)$$

тогда

$$\Pi_k(G_k^*) = \Pi(G_k^*) \quad (7)$$

и  $G_k^*$  является оптимальным решением исходной задачи синтеза ( $S$ ), т. е. определяет искомую технологическую топологию синтезируемой тепловой подсистемы соответствующую минимуму приведенных затрат <sup>(2)</sup>.

Для определения количества граничных задач первого уровня декомпозиции —  $r$  используем эвристическое правило: решение каждой граничной задачи должно включать операцию теплообмена между любыми двумя исходными потоками ( $i$ -ым горячим и  $j$ -ым холодным;  $i=1, \dots, n$ ;  $j=1, \dots, m$ ). Таким образом, количество граничных задач первого уровня декомпозиции  $r \leq (n \times m)$ . Алгоритм составления множества граничных задач синтеза первого уровня декомпозиции  $P_I$ , удовлетворяющих условию (4), включает в себя следующие операции: 1) ввод исходных данных для решения задачи синтеза; 2) формулировка очередной граничной задачи синтеза первого уровня; 3) расчет операции теплообмена между  $i$ -ым горячим и  $j$ -ым холодным потоками. Определить  $t_{i(j)}^{\text{ВЫХ}}$ ,  $t_j^{\text{ВЫХ}}$ ,  $F_{ij}$ ,  $\Pi_i$ ,  $\Pi_j$ ; 4) сформировать маршруты исходных потоков; 5) операции 2)–4) повторять до тех пор, пока не будут рассчитаны все возможные варианты теплообмена в данной граничной задаче; 6) для всех вариантов маршрутов исходных потоков, для которых имеет место  $t_{i(j)}^{\text{ВЫХ}} \neq t_{i(j)}^k$  определить  $\Pi_{i(j)}$  после применения дополнительного тепло- или хладоагента для достижения  $t_{i(j)}^k$ ; 7) расположить варианты маршрутов по номерам исходных потоков в порядке возрастания  $\Pi_{i(j)}$ ; 8) операции 2)–7) повторять до тех пор, пока не будет получено множество граничных задач первого уровня  $P_I$ .  $t_{i(j)}^{\text{ВЫХ}}$  — температура потока  $i(j)$  на выходе из элемента подсистемы;  $F_{ij}$  — поверхность теплообмена элемента подсистемы, реализующего операцию теплообмена между потоками  $i$  и  $j$ ;  $t_{i(j)}^k$  — заданная для соответствующего ис-

ходного потока конечная температура;  $\Pi_{i(j)}$  — приведенные затраты на осуществление варианта маршрута исходного потока, производным которого является поток  $i(j)$ .

Некоторое решение  $G_j$  граничной задачи  $p_j \in P_i$  можно представить:

$$G_j = \bigcup_{i=1, \dots, n+m} g_{jik} \quad (8)$$

$$\alpha = v^{-1} \partial v / \partial T,$$

где  $g_{jik}$  —  $k$ -ый вариант технологического маршрута  $i$ -го исходного потока в граничной задаче  $p_j$ . Значение нижней оценки критерия эффективности для оптимального решения любой граничной задачи  $p_j \in P_i$  вычисляют по формуле:

$$Q_j = \sum_{i=1}^{n+m} \Pi_{(ii)j} \quad (9)$$

где  $\Pi_{(ii)j} = \min_k \Pi_{(ki)j}$ ;  $k=1, \dots, t_{ij}$ ;  $t_{ij}$  — количество вариантов технологического маршрута  $i$ -го исходного потока в граничной задаче  $p_j$ .

Таким образом, для  $Q_j$  всегда справедливо соотношение:

$$Q_j \leq \Pi_j(G_j^*), \quad \text{где } G_j^* \in E_j. \quad (10)$$

Вторым этапом декомпозиционно-топологического метода синтеза является иерархическая многоуровневая декомпозиция полученных граничных задач первого уровня, которую осуществляют следующим образом. На каждом  $i$ -ом уровне декомпозиции множество граничных задач  $i$ -го уровня  $P_i$  получают из задач  $(i-1)$ -го уровня, используя эвристическое правило, что решения задач  $i$ -го уровня декомпозиции должны включать по крайней мере  $q_i=i$  операций теплообмена, конкретно определенных для каждой граничной задачи  $i$ -го уровня. Декомпозицию граничных задач синтеза продолжают до тех пор, пока не получают совокупность задач такой размерности, при которой они могут быть решены перебором незначительного числа совокупностей технологических маршрутов исходных потоков.

Стратегия применения декомпозиционно-топологического метода синтеза может быть представлена в виде прадерева граничных задач синтеза, каждый узел которого соответствует одной из граничных задач. В процессе декомпозиции граничная задача  $p_j$  порождает совокупность  $w$  граничных задач следующего уровня декомпозиции, для которых

$$\bigcup_{i=1, \dots, w} E_{j-i} = E_j. \quad (11)$$

Уравнения (4)–(11) справедливы для граничных задач любого уровня декомпозиции.

Третий этап применения декомпозиционно-топологического метода синтеза состоит в определении технологической топологии, которая соответствует минимуму приведенных затрат, путем решения полученных граничных задач синтеза.

Алгоритм решения полученных граничных задач состоит из следующих операций: 1) решить граничную задачу с наименьшей размерностью. Определить  $\Pi$  для полученного решения; 2) исключить из рассмотрения граничные задачи, эквивалентные уже решенной задаче; 3) исключить из рассмотрения любую граничную задачу  $p_j$ , для которой ( $Q_j \geq \Pi$ ); 4) из оставшихся граничных задач выбрать задачу с наименьшей размерностью, в которой исключить любой  $k$ -й вариант маршрута, для которого имеет место

$$\Pi_{ki} \geq \Pi - \sum_{j=1}^{n+m} \Pi_{ij}; \quad j \neq i;$$

$$i=1, \dots, n+m;$$

5) найти оптимальное решение данной граничной задачи. Определить  $\Pi'$ ; 6) если  $\Pi' < \Pi$ , то  $\Pi' \rightarrow \Pi$ . 7) Операции 2)–6) повторять до тех пор, пока не будут рассмотрены все граничные задачи.

Предложенный декомпозиционно-топологический метод был использован для синтеза тепловой подсистемы некоторой ХТС для случая четырех горячих  $-L_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) и двух холодных  $-L_j$  ( $j=5, 6$ ) исходных потоков. В результате синтеза была определена оптимальная технологическая топология тепловой подсистемы, которая состоит из следующих маршрутов исходных потоков:  $L_1 \rightarrow [1, 5]$ ;  $L_2 \rightarrow [[2, 6], ([3, (4, (2, 6))], (1, 5))]$ ,  $X$ ;  $L_3 \rightarrow [[3, (4, (2, 6))], (1, 5)]$ ,  $L_4 \rightarrow [4, (2, 6)]$ ;  $L_5 \rightarrow [(2, 6), ([3, (4, (2, 6))], (1, 5))]$ ;  $L_6 \rightarrow (3, (4, (2, 6)))$ , где  $[]$  – горячий результирующий поток;  $()$  – холодный результирующий поток;  $X$  – охлаждающая вода. Операторная схема синтезированной тепловой подсистемы показана на рис. 1.

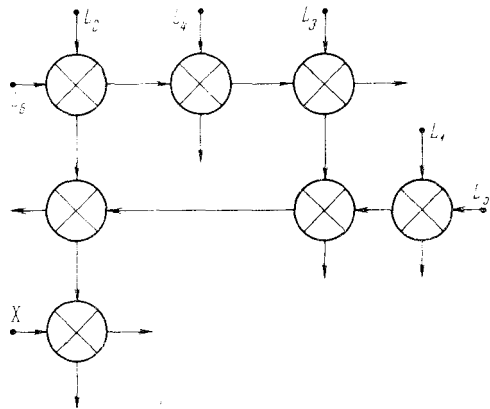


Рис. 1. Операторная схема синтезированной тепловой подсистемы (для случая  $n=4$ ,  $m=2$ ).  $L_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) – горячие исходные технологические потоки;  $L_j$  ( $j=5, 6$ ) – холодные исходные технологические потоки;  $X$  – охлаждающая вода

Декомпозиционно-топологический метод синтеза, в отличие от метода, изложенного в работе (3), дает возможность сразу же получить конечное множество граничных задач первого уровня декомпозиции, исключая тем самым необходимость построения граничной задачи, включающей все варианты маршрутов исходных потоков. Это позволяет значительно сократить объем оперативной памяти ЦВМ, необходимый для решения задачи синтеза и определяемый в данном случае в основном величиной граничной задачи с наибольшей размерностью. Сокращение требуемого объема оперативной памяти ЦВМ особенно важно при синтезе тепловых подсистем для случаев  $(n+m) \geq 6$ .

В сравнении с графическим двухуровневым методом синтеза тепловых подсистем, приведенном в работе (4), предлагаемый декомпозиционно-топологический метод имеет ряд преимуществ:

1. Возможен расчет процесса теплообмена в элементе подсистемы с заданной степенью точности путем включения соответствующей процедуры в алгоритм синтеза. В работе же (4) условие равенства коэффициентов теплопередачи для всех элементов подсистемы положено в основу метода, что существенно снижает точность и практическую ценность получаемых результатов.

2. Возможна значительно более точная оценка стоимости элементов подсистемы в процессе синтеза, так как на величину коэффициента  $b$  в стоимостной функции  $\Pi = aF^b$  не наложено никаких ограничений. Условие  $b=1$ , которое имеет место в работе (4) и существенно снижает точность расчетов, совершенно необязательно.

Московский химико-технологический институт  
им. Д. И. Менделеева

Поступило  
28 VI 1974

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. В. Кафаров, В. Л. Перов, В. П. Мешалкин, Принципы математического моделирования химико-технологических систем, М., 1974. <sup>2</sup> E. L. Lawler, D. E. Wood, Operations Res., v. 14, № 4, 699 (1966). <sup>3</sup> K. F. Lee, A. H. Masso, D. F. Rudd, Ind. and Eng. Chem. Fundam., v. 9, № 1, 48 (1970). <sup>4</sup> Naonory Nishida, Shigenobu Kobayashi, Atsunobu Ichikawa, Chem. Eng., Sci., v. 26, № 11, 1841 (1971).