

Академик АН УССР А. Г. КОЛЕСНИКОВ, А. В. ФОКИН

**О ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ СЕДИМЕНТАЦИИ
ПО ВЕРТИКАЛЬНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ХЛОРА
В ИЛОВЫХ ВОДАХ ЧЕРНОГО МОРЯ**

Считается установленным, что воды Черного моря во время ледниковых эпох в значительной степени опреснялись. Во время последней, т. е. вюрмской, ледниковой эпохи этот водоем (Новоевксинское море) также был опреснен (¹, ²). Вопрос о причинах периодичного изменения солености вод в истории Черного моря не до конца ясен. Однако несомненно, что тот или иной характер цикла или фазы был обусловлен существованием связи Черного моря или со Средиземным, или с Каспийским морями. Авторы работы (¹) полагают, что соединение или изоляция Черного и Средиземного морей определялись в основном тектоническими причинами.

Каковы бы ни были причины опреснения Черного моря в новоевксинскую эпоху (¹⁻³, ⁵), сам факт его опреснения, начавшийся около 8000 лет назад (⁴), считается общепризнанным. Нами сделана попытка количественного описания процесса осолонения иловых вод в новоевксинскую фазу.

Будем считать, что в новоевксинский период Черноморский бассейн был близок к пресноводному. Поскольку осолонение его произошло в течение 100 лет, процесс этот, по сравнению с общей длительностью 8000 лет, можно считать мгновенным.

В дальнейшем и вплоть до настоящего времени на границе раздела придонные воды — осадки протекали одновременно следующие основные процессы: диффузия ионов хлора, содержащихся в придонных водах, в иловые воды осадков, седиментация и ультрафильтрация.

В работе (⁶) О. В. Шишкина предполагает, что в первом приближении седиментация не вносит существенных изменений в распределение хлора в иловых водах осадков Черного моря (⁶). Задача ставится ею следующим образом. В начальный момент иловые воды были малосолеными, а распределение хлора по вертикали в них неизменно. Начальная концентрация хлора принята за ~3‰. Концентрация хлора на поверхности осадков считается постоянной и равной его концентрации в придонных водах в настоящий момент, $c_{\text{пов}} \approx 12,4\text{‰}$.

Тогда формулировка задачи принимает вид

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}, \quad -\infty < z \leq 0; \quad (1)$$

$$c(z, \tau) \Big|_{\tau=0} = c_{\text{нач}}, \quad -\infty < z \leq 0; \quad (2)$$

$$c(z, \tau) \Big|_{z=0} = c_{\text{пов}}, \quad 0 \leq \tau < +\infty, \quad (3)$$

где $c(z, \tau)$ — распределение концентрации хлора по вертикали и во времени, D — коэффициент диффузии ($D = \text{const}$). Решение этой задачи известно:

$$\eta_0 = \frac{c_{z\tau} - c_{\text{нач}}}{c_{\text{пов}} - c_{\text{нач}}} = 1 - \text{erf} \frac{|z|}{2(D\tau)^{1/2}}. \quad (4)$$

Полагая $\tau = 800$ лет и величину коэффициента диффузии, найденную по экспериментальным данным, $D \cdot 10^6$ ($\text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$) равной 2,4; 3,0; 3,3 и 5,5, О. В. Шишкина находит, что при $D = 3,0 \cdot 10^{-6}$ $\text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$ обнаруживается

хорошее совпадение рассчитанных и наблюдаемых значений хлора по всей длине колонок (6). Ценность этой работы заключается, прежде всего, в том, что ее автор, предложив оригинальный метод определения коэффициентов диффузии ионов хлора в образцах колонок, впервые определил D для Черного моря. Величина $D=3,0 \cdot 10^{-6}$ см²·сек⁻¹, видимо, была характерной для рассчитываемой станции.

Для суждения о роли седиментационных процессов в распределении по вертикали концентрации хлора в иловых водах толщи четвертичных осадков Черного моря необходимо привлечь всю совокупность наблюдений по акватории и точные методы математической статистики. Последнее и было сделано в настоящей работе на базе простейшей математической модели, учитывающей помимо диффузии также и процессы осадкообразования, но без ультрафильтрации.

Примем, что процессы осадкообразования (седиментации), не изменяющие качественно и количественно иловых вод, не могут непосредственно влиять на значение коэффициента диффузии. Вопрос о влиянии процессов агрегации илов на коэффициент диффузии будет рассмотрен в дальнейших работах. Поэтому, полагая коэффициент диффузии постоянным, оценим эффект движения границы осадки — придонные воды вследствие процессов седиментации.

Выберем неподвижную систему координат $O\xi$, начало которой расположим на поверхности осадков при $\tau=0$, что соответствует началу осолонения. Ось $O\xi$ направим вертикально вниз. Тогда можно записать следующую граничную задачу, дающую математическую модель для изучения влияния седиментации на распределение хлора в иловых колонках:

$$\frac{\partial c(\xi, \tau)}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 c(\xi, \tau)}{\partial \xi^2}, \quad -h(\tau) \leq \xi < +\infty; \quad (1')$$

$$c(\xi, \tau) |_{\tau=0} = c_{\text{нач}} = \varphi(\xi), \quad 0 \leq \xi < +\infty; \quad (2')$$

$$c(\xi, \tau) |_{\xi=-h(\tau)} = c_{\text{нов}} = f(\tau), \quad 0 \leq \tau < +\infty; \quad (3')$$

здесь $f(\tau)$, $\varphi(\xi)$, $h(\tau)$ — функции, заданные в смысле постановки граничной задачи, но фактически они нам неизвестны. Относительно них можно задаваться различными предположениями, определяющими, соответственно, изменение концентрации хлора во времени на дне моря, начальное распределение хлора по глубине и, наконец, закон движения границы осадкообразования.

Используя метод тепловых потенциалов (8), граничную задачу (1)' — (3)' можно свести к решению интегрального уравнения Вольтерра II рода. Выписанное в явной форме это «решение» имеет вид

$$c(\xi, \tau) = (4\pi D\tau)^{-1/2} \int_0^{\infty} \varphi(\xi) \left\{ \exp\left[-\frac{(\xi-\xi)^2}{4D\tau}\right] - \exp\left[-\frac{(\xi+\xi)^2}{4D\tau}\right] \right\} d\xi + \\ + (4\pi D)^{-1/2} \int_0^{\infty} \chi(\tau) [\xi+h(t)] (\tau-t)^{-3/2} \exp\left\{-\frac{[-h(t)-\xi]^2}{4D(t-\tau)}\right\} dt, \quad (5)$$

где неизвестная функция $\chi(\tau)$ — мощность источника — определяется из следующего уравнения Вольтерра II рода:

$$\chi(\tau) + (4\pi D)^{-1/2} \int_0^{\tau} \chi(t) (\tau-t)^{-3/2} \exp\left\{-\frac{[h(\tau)-h(t)]^2}{4D(\tau-t)}\right\} dt = \\ = f(\tau) - (4\pi D\tau)^{-1/2} \int_0^{\infty} \varphi(\xi) \left\{ \exp\left(-\frac{[-h(\tau)-\xi]^2}{4D\tau}\right) - \exp\left(-\frac{[-h(\tau)+\xi]^2}{4D\tau}\right) \right\} d\xi. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) может быть получено методом последовательных приближений, однако оно из-за его сложности не может быть практически использовано.

Построение простейшей модели. Рассмотрим более простую модель, для чего предположим, что

$$f(\tau) = c_{\text{нов}} = \text{const}, \quad \varphi(\xi) = c_{\text{нач}} = \text{const}. \quad (7)$$

В этом случае после замены

$$\eta(z, t) = \frac{c(z, t) - c_{\text{нач}}}{c_{\text{нов}} - c_{\text{нач}}}, \quad \tau = t, \quad z = \xi + h(\tau), \quad (8)$$

приходим к граничной задаче

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + h'(t) \frac{\partial \eta}{\partial z} = D \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2}, \quad \eta(z, t)|_{t=0} = 0, \quad \eta(z, t)|_{z=0} = 1. \quad (9)$$

В случае простейшей модели $h'(t) = -v = \text{const}$, $D = \text{const}$ нетрудно получить решение задачи (9). Оно имеет вид

$$\eta_s(z, t) = \frac{1}{2} \left\{ \exp\left(-\frac{v}{D}z\right) \times \right. \\ \times \operatorname{erfc}\left[\frac{z}{(4Dt)^{1/2}} - \frac{v}{2}\left(\frac{t}{D}\right)^{1/2}\right] + \\ \left. + \operatorname{erfc}\left[\frac{z}{(4Dt)^{1/2}} + \frac{v}{2}\left(\frac{t}{D}\right)^{1/2}\right] \right\}. \quad (10)$$

Как и следовало ожидать, при $v=0$, т. е. при неучете процесса седиментации, (10) переходит в (4).

Задача установления, по крайней мере качественно, влияния процесса седиментации на распределение хлора в иловых водах состоит теперь в различении на основании материалов наблюдений двух альтернативных решений (4) и (10). Это типичная задача математической статистики.

Сравнение различных моделей. Для исследования привлечен материал по распределению хлора в иловых колонках, опубликованный О. В. Шишкиной в монографиях (6, 7).

Всего удалось отобрать по глубоководным станциям ($H > 1500$ м) 29 измерений, относящихся к 8 станциям. Принимая, согласно (6), $c_{\text{нач}} = 3\% \approx 85$ мг-экв/кг, $c_{\text{нов}} = 12,4\% \approx 350$ мг-экв/кг, можно пересчитать значения c в более удобные безразмерные концентрации η^{obs} согласно формуле (8). В качестве системы единиц примем $[L] = 1$ см; $[\eta] = 1$; $[T] = 10^3$ лет. В этой системе основные параметры, необходимые для расчета теоретических линий регрессии $\eta_0(T_0, z)$ согласно (4) и $\eta_s(T_0, z)$ согласно (10), принимают значения: $D = 9,45 \cdot 10^4 \text{ см}^2 \cdot T^{-1}$; $T_0 = 8T$; $v = 30 \text{ см} \cdot T^{-1}$ *. Результаты вычислений с этими значениями параметров и сравнение их с наблюдаемыми безразмерными концентрациями приведено на рис. 1.

Соответствующие средние квадратические ошибки для линий регрес-

* Это значение v — скорости движения границы осадки — вода, по всей видимости, близко к современной средней для Черного моря величине.

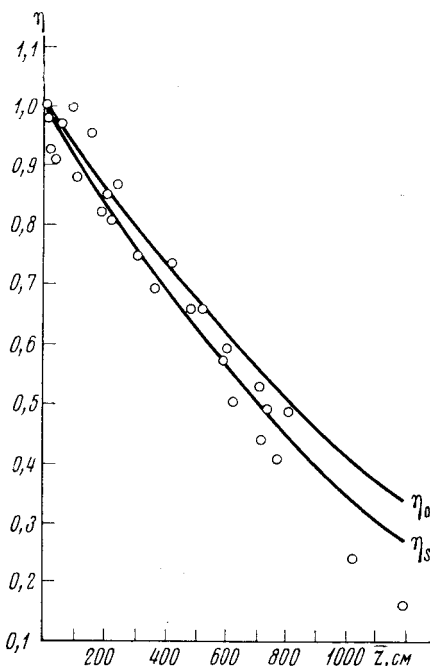


Рис. 1. Теоретические линии регрессии η_0 , η_s и их сравнение с наблюдениями η^{obs} (точки)

сии равны $\sigma_0^2=0,00519$, $\sigma_s^2=0,00242$, т. е. $\sigma_0^2/\sigma_s^2=2,14$, в то время как критерий различимости Фишера (⁹) при уровне доверительной вероятности $P=0,95$ имеет значение $F_{1-p}=1,9$. Поскольку $2,14>1,9$, то критерий различимости Фишера может свидетельствовать о наличии в наблюдательном материале эффекта движения границы. Однако численное значение критерия весьма близко к пределу различимости.

Последнее обстоятельство может быть связано с тремя основными факторами: а) грубостью моделей, принятых для сравнения с наблюдаемыми; б) недостаточной точностью для таких определений наблюдательного материала, т. е. наличием в нем ошибок; в) сочетанием первых двух факторов.

Все сказанное требует проведения дополнительных исследований. С целью изучения влияния перечисленных выше факторов применим к анализу хода остатков $\Delta\eta_0$ и $\Delta\eta_s$ дисперсионный анализ. К сожалению, имеющийся в нашем распоряжении материал весьма неоднородно распределен как по \bar{z} , так и по станциям. Это, с одной стороны, усложняет применение дисперсионного анализа, а с другой — делает его результаты не очень четкими.

Как легко видеть, ход остатков $\Delta\eta_0$, что соответствует неподвижной границе вода — осадки, показывает явную зависимость от \bar{z} — глубины взятия пробы. Дисперсионный анализ дает $S_z^2 : S_0^2=9,10$, причем при уровне значимости $q=0,05$ критерий Фишера выполняется с большой надежностью: $9,10>3,35$. Аналогичная зависимость в ходе остатков $\Delta\eta_s$, т. е. при учете скорости движения границы грунт — вода, отсутствует, а именно $S_z^2 : S_0^2=2,36<3,35$ при том же уровне доверительной вероятности.

Исследование закона распределения остатков $\Delta\eta_s$ показывает, что они вполне удовлетворительно могут быть описаны гауссианой с параметрами $a=-0,004$, $\sigma^2=0,023$. При этом критерий А. Н. Колмогорова при доверительной вероятности $P=0,99$ выполняется достаточно четко: $\lambda_{1-p}=0,44>0,27^*$.

Был также проведен дисперсионный анализ остатков $\Delta\eta_s$ в зависимости от места расположения станции (№ станции). Критерий различимости Фишера при $q=0,05$ удовлетворяется: $3,98>2,6$, однако оценка влияния изучаемого фактора $\sigma_{ст}^2=0,0010$ весьма мала. В заключение был проведен дисперсионный анализ хода $\Delta\eta_s$ в зависимости от влажности W и обнаружена довольно четкая зависимость, при $q=0,05$ критерий различимости выполнен: $5,02>3,45$. Соответствующая этому фактору $\sigma_w^2=\pm 0,030$, т. е. лежит вблизи границы точности наблюдательного материала.

Таким образом, дисперсионный анализ дает возможность по крайней мере качественно обнаружить влияние скорости седиментации на распределение по вертикали хлора в иловых водах Черного моря.

Для количественных определений необходимо как повышение точности, так и проведение соответствующих измерений *in situ* по специальной программе с целью получения достаточно репрезентативного материала.

Морской гидрофизический институт
Академии наук УССР
Севастополь

Поступило
16 IX 1974

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. Д. Архангельский, Н. М. Страхов, Геологическое строение и история развития Черного моря, Изд. АН СССР, 1938. ² И. П. Герасимов, К. К. Марков, Четвертичная геология, М., 1939. ³ С. В. Бруевич, О. В. Шишкина, ДАН, т. 127, № 3 (1959). ⁴ А. П. Виноградов, В. А. Гриненко, В. И. Устинов, Геохимия, № 10 (1962). ⁵ С. В. Бруевич, ДАН, т. 84, № 3 (1952). ⁶ О. В. Шишкина, Г. А. Павлова, В. С. Быкова, Геохимия галогенов в морских и океанических осадках и иловых водах, «Наука», 1969. ⁷ О. В. Шишкина, Геохимия морских и океанических иловых вод, «Наука», 1972. ⁸ А. Н. Тихонов, А. А. Самарский, Уравнения математической физики, «Наука», 1966. ⁹ Е. И. Пустыльник, Статистические методы анализа и обработки наблюдений, «Наука», 1968.

* Заметим, что, как указано в (⁹), обычно в критерии А. Н. Колмогорова берут весьма «жесткие» уровни значимости $q=0,20-0,30$. У нас же взято «мягкое» значение $q=0,01$.