

В. И. ПАНОВ, В. Н. РУДЕНКО

**О РЕГИСТРАЦИИ ИМПУЛЬСОВ ТОРМОЗНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО
ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ СКОПЛЕНИЙ СВЕРХПЛОТНЫХ ЗВЕЗД**

(Представлено академиком Я. Б. Зельдовичем 2 VIII 1974)

Модель скопления из $N=n \cdot 10^9$ сверхплотных звезд (нейтронных, черных дыр) одинаковой массы $\mu = m M_{\odot}$, расположенного в центре Галактики и имеющего радиус $R_0 = r \cdot 3 \cdot 10^{17}$ см = 0,1 r пс была рассмотрена Я. Б. Зельдовичем и А. Г. Полнаревым в работе (1). В таком скоплении, кроме редких случаев прямых столкновений, гораздо чаще происходят пролеты звезд на относительно близких взаимных расстояниях, сопровождающиеся импульсами гравитационного излучения. Оценка A , спектральной плотности энергии излучения на 1 герц полосы проведена в (1) для двух случаев: больших прицельных параметров $b \gg b_1 = (2GM/u_{\infty}^2)$ и малых $b \ll b_1$ (u_{∞} — начальная скорость сближения). Случай $b \gg b_1$ был исследован также в (2). Результаты (1) показали, что при $b \ll b_1$ интенсивные всплески на частотах $\geq 10^3$ гц, доступные для регистрации на современных антеннах, весьма маловероятны: при параметрах скопления $n=m=1$, $r=0,1$ (время жизни $t \approx 2 \cdot 10^{10}$ лет) они могут давать реже 1 события в год. Напротив, при $b \gg b_1$ всплески на частотах $< 10^2$ гц следуют достаточно часто (чаще 10 событий в год), однако они слишком слабы для того, чтобы быть зарегистрированными.

В настоящей заметке рассматривается промежуточный случай пролетов с прицельным параметром $b \sim b_1$ в нерелятивистском приближении, т. е. $(b/r_g) \gg \beta^{-9/7}$, $\beta = u_{\infty}/c$ (3). При этом в интересах экспериментатора вычисляется реакция резонансного детектора на гравитационный импульс.

По формулам общей теории относительности для двух возможных поляризацій гравитационной волны сила, действующая на пробные массы μ , разделенные расстоянием l , есть

$$F^{(1)} = \frac{\mu G}{3c^4 r_0} \ddot{D}_{23} l^{(3)}, \quad F^{(2)} = \frac{\mu G}{3c^4 r_0} \cdot \frac{1}{2} (\ddot{D}_{22} - \ddot{D}_{33}) l^{(2)}; \quad (1)$$

$l^{(2)}$, $l^{(3)}$ — проекции l на оси координат, r_0 — расстояние до источника излучения.

Выражения для компонент тензора квадрупольного момента пары звезд в системе центра масс следующие (4):

$$D_{22} - D_{33} = {}^3/2 M a^2 \{ (e - \text{ch } \eta)^2 - (e^2 - 1) \text{sh}^2 \eta \},$$

$$D_{23} = {}^3/2 M a^2 \{ \sqrt{e^2 - 1} (e - \text{ch } \eta) \text{sh } \eta \}, \quad (2)$$

$$a = \frac{2GM}{u_{\infty}^2} = \frac{r_g}{\beta^2}, \quad e = \left[1 + \beta^4 \left(\frac{b}{r_g} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad t = \frac{\beta^3 c}{r_g} (e \text{sh } \eta - \eta),$$

где r_g — гравитационный радиус звезды, t — текущее время; момент $t=0$ соответствует максимальному сближению звезд.

Подстановка (2) в (1) дает значение относительного ускорения пробных масс $\alpha^i = (lc\beta^5/8r_0) f^i(e, \eta)$, $i=1,2$. Функция $f(e, \eta)$ рассчитывалась численно на ЭВМ. (Качественный анализ $f^i(e, \eta)$ проведен также в (3).) Вид $f^i(e, \eta)$ приводится на рис. 1, числовые значения для характерных

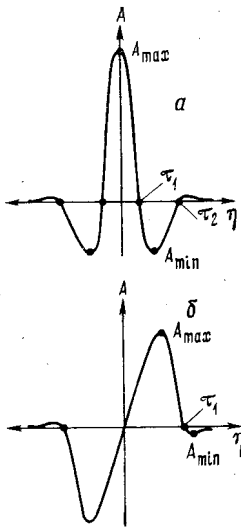


Рис. 1

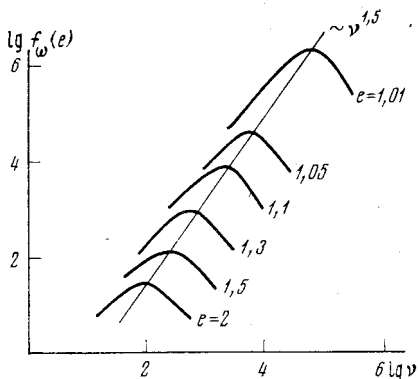


Рис. 2

точек — в табл. 1. Интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} f(e, \eta[t]) dt$, соответствующий полному импульсу силы за один пролет, равен нулю.

Существует область частот, в которой спектральные компоненты импульса максимальны. Частота максимума

$$v_m \approx (1/4 c \beta^3 r_g [e^2 - 1]^{1/2}) (1 + [1 + 4(e^2 - 1)]^{1/2})^2.$$

Реакция на силу (1) гравитационного детектора веберовского типа с собственной частотой ω и массами μ за время меньше его времени релаксации также была вычислена на ЭВМ. Для амплитуды колебаний детектора получено выражение

$$A(t) = \left(\frac{lc\beta^5}{8r_0\omega} \right) f_\omega(e, t). \quad (3)$$

Функция $f_\omega(e, t)$, пропорциональная спектральной компоненте импульса силы, быстро, за 1–2 периода колебаний детектора, достигает максимального значения $f_\omega(e)$, которое для нескольких эксцентриситетов e приводится на рис. 2. Значение $f_\omega(e)$ одно и то же для обеих поляризаций. Различие заключено лишь в фазовом сдвиге отклика на $\pi/2$ (ср. рис. 1а и б) *.

Кривые рис. 2 построены для $\beta = 0,17$, отвечающего средней вириальной скорости $\bar{v} = c(r_g N / R_0)^{1/2} = u_\infty$ с $N = 10^9$, $r_g = 10^6$ см и $R_0 = 3 \cdot 10^{16}$ см. При других значениях β ось частот перенормируется по закону $v \sim \beta^3$.

Граничное значение прицельного параметра $b = b_1 = r_g / \beta^2$ дает пролеты с эксцентриситетом $e = 2$. Вопрос об оптимальном выборе частоты гравитационного детектора должен решаться с учетом ожидаемой частоты событий для пролетов с заданным $f_\omega(e)$.

Оценка частоты событий, так же как и в (1), может быть проведена на основе простой модели столкновений для коллектива N частиц с эффективным сечением $\sigma = \pi b^2$, занимающего шаровой объем радиуса R_0 . Вероятность столкновения частиц с фиксированным эксцентриситетом e за секунду $\sim (N b^2 \bar{v} / R_0^3) = [N r_g^2 \bar{v} (e^2 - 1) / (\beta^4 R_0^3)]$ следует просуммировать по эксцентриситетам меньше заданного (строго — до релятивистской гра-

* Отметим, что $f_\omega(e) \sim A^{1/2} \omega$, где A_0 — введенная в (3) характеристика приема с размерностью эрг/(см²·гц) или, в терминологии Мизнера, «единица гравитационного импульса» (GPU) (10).

Таблица 1

e		A_{\max}	A_{\min}	τ_1	τ_2
2	a	44	-12	0,36	—
	b	16	-0,6	0,7	—
1,1	a	$3 \cdot 10^5$	$-9 \cdot 10^4$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$
	b	$1 \cdot 10^5$	$-7 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^{-2}$	—
1,01	a	$3 \cdot 10^9$	$-9 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$
	b	$1 \cdot 10^8$	$-7 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^{-3}$	—

ПРИМЕЧАНИЕ. $\tau = \frac{\beta^3 c}{r g} t$.

ницы $e=1,07$). В самом деле, из рис. 2 видно, что на частоте максимума f_{ω} для заданного e всегда будет существовать сравнимая по величине компонента f_{ω} , соответствующая меньшим эксцентриситетам. Отсюда среднее ожидаемое число столкновений в год, сопровождающееся излучением на частоте ν_m (резонансной для эксцентриситета e), будет

$$P \approx 3 \cdot 10^7 \frac{N^{1/2} r_g^{1/2} c (e^2 - 1)}{2\beta^3 R_0^3} \approx 0,1 n^{1/2} m^{1/2} r^{-3/2} (e^2 - 1); \quad (4)$$

последняя форма получена подстановкой величин $u_{\infty} \sim \bar{v}$, $N=10^9$, $r_g \sim 10^6$ см; $R_0 = r \cdot 3 \cdot 10^{17}$ см.

Из (4) следует, что минимальное разумное с точки зрения экспериментатора число $P \sim 10$ достигается при $r=0,1$ для $e \approx 2$; при $r=1$ для $e \approx 3,5$. Следовательно, область малых эксцентриситетов $e \leq 1,1$ при расчете на одно скопление в центре Галактики оказывается невыгодной.

При $e=2$ и $\beta=0,17$ детектор должен быть настроен на частоту $\nu_m \approx 100$ гц. Из рис. 2 следует, что $f_{\omega}(e=2) \approx 25$ и формула (3) дает нижнюю границу для амплитуды отклика детектора $\Delta A \approx 10^{-16}$ см.

Рассматривая пролёты со скоростями $u_{\infty} \approx 0,05$ (учитывая при этом снижение эффективного числа частиц) для $r=0,1$, получим при сохранении $P \geq 10$ и $e \geq 2$ отклик детектора, настроенного на частоту $\nu_m \approx 1-3$ гц, на уровне $\Delta A \approx 10^{-17}$ см. Наконец, при $r=1$ и $u_{\infty} = \bar{v} \approx 0,06c$ для $e \approx 3,5$ имеем на частоте $\nu_m \approx 1-3$ гц отклик $\Delta A \approx 5 \cdot 10^{-18}$ см.

Рассматривать пролёты с $e > 3,5$ не имеет смысла из-за резкого падения $f_{\omega}(e)$.

Вернемся к малым e , имея в виду веберовские частоты и схему рассуждений, примененную в (6). Именно: переход к далеким объектам сопровождается увеличением их числа и суммарной частоты событий; таким образом, допустимо снижение частоты для единичного объекта; последнее неизбежно при малых e . Падение отклика детектора за счет удаления источника компенсируется ростом $f_{\omega}(e)$ при $e \rightarrow 1$. Из рис. 2 следует, что на частоте $\nu \sim 2 \cdot 10^3$ гц (для $e \leq 1,05$) $f_{\omega}(e) \geq 5 \cdot 10^4$. Это дает на расстоянии 10 Мпс реакцию веберовской антенны от источника $\Delta A \geq 10^{-17}$ см за время $\sim 10^{-3}$ сек.

В сфере радиуса 10 Мпс содержится $\sim 10^4$ галактик. Частость событий для каждой в отдельности по-прежнему оценим по (4), рассматривая $1 \leq e \leq 1,05$. Мы захватываем здесь и релятивистскую область, полагая, что расчет релятивистской задачи может лишь увеличить $f_{\omega}(e)$ (7). Получаем из (4) $P \sim 0,1$, а для суммарной частоты по всем галактикам имеем оценку ~ 3 раза в день.

Возмущению детектора 10^{-17} см за 10^{-3} сек. соответствует энергия в импульсе $\sim 10^2$ эрг/см². Изотропный источник с энергией $\sim M_{\odot} c^2$ на расстоянии 10 Мпс может обеспечить на поверхности Земли $\sim 10^2$ эрг/см². Реально допустимо ожидать (при малых эксцентриситетах) излучения, не превос-

ходящего $0,1 M_{\odot} c^2$. Таким образом, следует отбирать случаи с выгодной диаграммой направленности, что должно приводить к снижению оценки частоты на один — два порядка, однако частота по-прежнему не будет меньше 10 случаев в год.

В заключение обсудим возможность регистрации прогнозируемых возмущений гравитационного детектора.

Потенциальная чувствительность детектора, определяемая только его собственным тепловым шумом, соответствует изменению амплитуды колебаний на величину

$$\Delta A_{\min} \approx \left(\frac{\kappa T}{\mu \omega Q} \right)^{1/2}.$$

Для низкочастотного варианта с параметрами $\nu = 100$ гц, $\tau \approx 10^{-2}$ сек., $\mu \approx 10^4$ г, $Q \approx 10^9$ ⁽⁶⁾ при $T \approx 2$ К° получаем $A_{\min} \approx 2 \cdot 10^{-17}$ см. То же значение ΔA_{\min} будет иметь веберовский детектор при $T \approx 2$ К°, $\mu \approx 10^6$ г, $Q \approx 10^5$, $\nu = 2 \cdot 10^3$ гц, $\tau \approx 10^{-3}$ сек.

Таким образом, проблема построения гравитационной антенны для приема импульсов тормозного гравитационного излучения в настоящее время упирается в задачу реализации датчика — преобразователя механических колебаний детекторов в электрический сигнал с малым уровнем собственных шумов и малой инерционностью. Принципиальных запретов здесь нет, однако существуют технические трудности, связанные с требованиями «оптимальной стратегии измерений» в смысле работы ⁽⁸⁾. Анализ возможности построения такого датчика не является предметом настоящей заметки.

Авторы благодарят проф. В. Б. Брагинского за стимулирующие дискуссии и А. Г. Полнарева за разъяснение полезных деталей по затронутой теме.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
2 VIII 1974

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Я. Б. Зельдович, А. Г. Полнарев, Астрон. журн., т. 51, в. 1, 30 (1974). ² R. Rufini, J. A. Wheeler, Relativistic Cosmology and Space Platforms, Part II, 1969. ³ Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Теория тяготения и эволюция звезд, «Наука», 1971. ⁴ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, «Наука», 1973. ⁵ С. Вятчанин, Г. Плотников, Астрон. журн., № 2 (1975). ⁶ V. B. Braginsky, In: Gravitational Radiation and Gravitational Collapse, 1974. ⁷ S. P. Peters, Phys. Rev. London, v. 1, 1970, p. 1559. ⁸ В. Б. Брагинский, Физические эксперименты с пробными телами, «Наука», 1970. ⁹ В. Б. Брагинский, Я. Б. Зельдович, В. Н. Руденко, Письма ЖЭТФ, т. 10, 437 (1969). Сб.: Определение постоянной тяготения и измерение тонких гравитационных эффектов, «Наука», 1973, стр. 8. ¹⁰ Ч. Мизнер, Доклад на симпозиуме 64 Международного астрономического союза, Варшава, 1973.