Доклады Академии наук СССР
1975. Том 221, № 4

УДК 62-50:154+661

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Член-корреспондент АН СССР В. В. КАФАРОВ, В. Л. ПЕРОВ,
Д. А. БОБРОВ, В. В. СУЗДАЛЕВИЧ, Ю. В. ДМИТРИЕВ

ДВУХУРОВНЕВЫЙ КРИТЕРИЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИ СИНТЕЗЕ ОПТИМАЛЬНЫХ СТРУКТУР ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Одним из основных этапов проектирования химико-технологических систем (ХТС) является построение оптимальной структуры схемы, которая отражает связи между отдельными подсистемами, образующими ХТС.

Пусть количество подсистем (N), образующих ХТС, задано и каждая подсистема обладает способностью преобразовывать исходные материальные и энергетические потоки $\overline{X}_j$ ($j=1, 2, \ldots, N$) в конечные потоки продукции. При этом каждой подсистеме становится в соответствие функциональный оператор, однозначно отражающий физико-химические превращения, реализуемые данной подсистемой, т. е. задается функциональная связь между входными и выходными параметрами подсистемы:

$$\overline{\mathbf{y}}_{ij}=\varphi_{ij}(\overline{\mathbf{x}}_{ik}), \tag{1}$$

$$i=1, 2, \ldots, N; \quad j=1, 2, \ldots, N_i; \quad k=1, 2, \ldots, n_i,$$

где $\overline{\mathbf{y}}_{ij}$ — j-й выходной поток i-й подсистемы; $\overline{\mathbf{x}}_{ik}$ — k-й входной поток i-й подсистемы; N_i, n_i — количество выходных и входных потоков подсистемы i соответственно.

ХТС характеризуется как набором подсистем, так и структурой функциональных связей между ними, а также потребляемыми потоками сырья, преобразуемыми в желаемый продукт.

Обобщенную структуру системы можно представить в виде функции структурных параметров [1], т. е.

$$\overline{\mathbf{x}}_{lk}=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N_i} k_{ij}^{lk}\overline{\mathbf{y}}_{ij}+k_0^{lk}\overline{\mathbf{y}}_0, \tag{2}$$

$$l=1, 2, \ldots, N; \quad k=1, 2, \ldots, n_i,$$

где k_{ij}^{lk} — структурные параметры, характеризующие величину j-го выходного потока i-й подсистемы, подаваемого на k-й входной поток l-й подсистемы; k_0^{lk} — структурные параметры, характеризующие подачу сырья на k-й вход l-й подсистемы; $\overline{\mathbf{y}}_0$ — входной вектор системы.

Множество допустимых значений структурных параметров $\{k\}$ образует правильный многогранник, определяемый следующей системой неравенств:

$$k_{ij}^{lk}\geqslant 0,$$

$$i=1, 2, \ldots, N; \quad j=1, 2, \ldots, N_i; \quad k=1, 2, \ldots, n_i; \quad l=1, 2, \ldots, N; \tag{3}$$

$$\sum_{l=1}^{N}\sum_{k=1}^{n_i} k_{ij}^{lk}\leqslant 1, \quad i=1, 2, \ldots, N; \; j=1, 2, \ldots, N_i; \tag{4}$$

$$\sum_{l=1}^{N}\sum_{k=1}^{n_i} k_0^{lk} \leqslant 1. \tag{5}$$

Очевидно, с помощью структурных параметров, принимающих значения на отрезке [0; 1] и удовлетворяющих условиям (4), (5), можно описать любую возможную структуру системы при заданном множестве образующих ее подсистем.

В работе ([1]) предложен метод построения оптимальной структуры системы для аддитивных критериев, основанный на поиске такой структуры, которая обеспечивает работу каждой подсистемы в оптимальном режиме, т. е.

$$\sum_{i=1}^{N} \max_{\bar{x}} r_i(\bar{x}_{ik}, \bar{y}_{ij}) = \max_{\bar{x}} R_i(\bar{x}, \bar{y}). \tag{6}$$

При этом проблема синтеза оптимальной структуры разделяется на два этапа.

1. Для каждой подсистемы i определить такое $\bar{x}_{ik}^*$ и из соотношения (1) $\bar{y}_{ij}^*$, что

$$r(\bar{x}_{ik}^*, \bar{y}_{ij}^*) = \max_{\bar{x}_{ik}} r(\bar{x}_{ik}, \bar{y}_{ij}) \tag{7}$$

при

$$\bar{y}_{ij} = \varphi_{ij}(\bar{x}_{ik}), \qquad \bar{x}_{ik} \leqslant \bar{X}^*, \qquad \bar{y}_{ij} \geqslant \bar{Y}^*, \tag{8}$$

где $\bar{X}^*$, $\bar{Y}^*$ — ограничения, налагаемые на всю систему.

2. Определить такие структурные параметры $(k_{ij}^{lk})^* \in K$, являющиеся решением системы линейных уравнений (2) при $\bar{x}_{ik} = \bar{x}_{ik}^*$ и $\bar{y}_{ij} = \bar{y}_{ij}^*$.

Таким образом, на первом шаге рассматриваются только подсистемы как самостоятельный объект исследования без учета их взаимодействий в будущей системе, а на втором этапе они объединяются в систему с помощью соответствующего набора структурных параметров.

Рассмотрим следующую функцию, характеризующую работу i-й подсистемы:

$$r_i = \sum_{j=1}^{N_i} c_{ij}' \bar{y}_{ij} - \sum_{k=1}^{n_i} c_{ik} \bar{x}_{ik}, \tag{9}$$

где c_{ik} — цена k-го входного потока i-й подсистемы; c_{ij}' — цена j-го выходного потока i-й подсистемы.

Задача максимизации критерия (9) для отдельных подсистем имеет смысл только тогда, когда учитывается назначение каждой подсистемы в будущей системе, исходя из физико-химического смысла преобразования, производимого подсистемой, с выполнением необходимых ограничений по качественным и количественным показателям функционирования подсистемы, задаваемых с позиций работы всей ХТС. Поэтому цены технологических потоков или их компонентов, не участвующих в создании целевых продуктов системы или не связанных с потреблением сырья и энергии системой извне, нужно принять равными нулю.

Решение задачи (7), (8) для характеристической функции (9) означает определение компромисса между максимальной производительностью элемента ХТС при минимальных затратах исходного сырья и энергии. Или, в стоимостном выражении,— это максимизация прибыли при постоянных капиталовложениях.

Функция критерия для системы имеет вид

$$R = \max_{X} (C' \cdot \bar{Y} - C \cdot \bar{X}). \tag{10}$$

Покажем, что функция R есть сумма r_i, т. е. что критерий вида (6) аддитивен.

Пусть критерий отдельной подсистемы имеет вид (9), тогда для N подсистем, образующих систему, можно записать

$$R^* = \sum_{i=1}^{N} r_i = \sum_{i=1}^{N} \left(\sum_{j=1}^{N_i} c_{ij}' \cdot \overline{\mathbf{y}}_{ij} - \sum_{k=1}^{n_i} c_{ik} \overline{\mathbf{x}}_{ik} \right). \tag{11}$$

Используя соотношение (2) и полагая, что цена потока есть сумма цен составляющих поток компонентов с учетом принятых выше допущений, можно записать

$$\mathbf{c}_{ik} \overline{\mathbf{x}}_{ik} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N_i} c_{ij}' \overline{\mathbf{y}}_{ij} k_{ij}^{lk} + c_0' k_0^{lk} \overline{\mathbf{y}}_0, \tag{12}$$

$$l=1, 2, \ldots, N; \qquad k=1, 2, \ldots, n_i.$$

Для каждой допустимой структуры из множества $\{k\}$ можно записать следующее соотношение:

$$\beta_{ij} = 1 - \sum_{l=1}^{N} \sum_{k=1}^{n_i} k_{ij}^{lk}, \qquad i=1,2,\ldots,N;\ j=1,2,\ldots,N_i, \tag{13}$$

где β_{ij} изменяется в диапазоне (0; 1) и означает долю потока j i-й подсистемы, покидающей систему.

Очевидно, можно получить следующее выражение выходного потока через его составляющие:

$$\overline{\mathbf{y}}_{ij} = \left(\sum_{l=1}^{N} \sum_{k=1}^{n_i} k_{ij}^{lk} + \beta_{ij} \right) \overline{\mathbf{y}}_{ij}, \tag{14}$$

$$i=1, 2, \ldots, N; \qquad j=1, 2, \ldots, N_i.$$

Подставляя выражение (14) в формулу (11), получаем

$$R = \sum_{i=1}^{N} \left(\sum_{j=1}^{N_i} \sum_{l=1}^{N} \sum_{k=1}^{n_i} c_{ij}' k_{ij}^{lk} \overline{\mathbf{y}}_{ij} + \sum_{j=1}^{N_i} c_{ij}' \beta_{ij} \overline{\mathbf{y}}_{ij} - \sum_{k=1}^{n_i} c_{ik} \overline{\mathbf{x}}_{ik} \right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left[\sum_{k=1}^{n_i} \left(\sum_{l=1}^{N} \sum_{j=1}^{N_i} c_{ij}' k_{ij}^{lk} \overline{\mathbf{y}}_{ij} - c_{ik} \overline{\mathbf{x}}_{ik} \right) + \sum_{j=1}^{N_i} c_{ij}' \beta_{ij} \overline{\mathbf{y}}_{ij} \right]. \tag{15}$$

Как можно заметить, выражение в круглых скобках из соотношения (12) равно $-c_0' k_0^{lk} \overline{y}_0$, поэтому

$$R = \sum_{i=1}^{N} \left(\sum_{j=1}^{N_i} c_{ij}' \beta_{ij} \overline{\mathbf{y}}_{ij} - \sum_{k=1}^{n_i} c_0' k_0^{lk} \overline{\mathbf{y}}_0 \right). \tag{16}$$

А так как, по предположению, вход в систему распределен по всем подсистемами, то

$$C \cdot \overline{X} = \sum_{l=1}^{N} \sum_{k=1}^{n_i} c_0' k_0^{lk} \overline{\mathbf{y}}_0,$$

и из определения β по (13)

$$C' \overline{Y} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N_i} c_{ij}' \beta_{ij} \overline{\mathbf{y}}_{ij},$$

тогда получаем

$$R^*=(C'\cdot\overline{Y}^{\text{опт}}-C\cdot\overline{X}),\qquad (17)$$

и, следовательно, аддитивность критерия доказана.

Таким образом, показано, что для допустимых структур, которые удовлетворяют условиям (2)—(5), критерий вида (9) аддитивен. Однако сформулированный критерий зависит также и от структурных параметров, которые не могли быть учтены на нижнем уровне. Такими параметрами являются β для сырья, которые невозможно учесть на нижнем уровне, так как для отдельного элемента не определен способ формирования входных потоков.

Поэтому может быть сформулирована задача оптимизации на верхнем уровне.

Следовательно, согласно предложенному алгоритму построения оптимальных систем ([1]), определение оптимальных условий функционирования отдельных подсистем и построение оптимальной структуры, связывающей локальные оптимумы отдельных элементов, необходимо приводит к решению общей задачи взаимодействия множества полученных систем с большей системой, по отношению к которой рассматриваемый объект (система) является, в свою очередь, подсистемой.

Задача оптимизации второго уровня в этом смысле состоит в том, что на множестве оптимальных структур $\{k^*\}$ определяется единственная структура $\{k_{\text{опт}}\}$, доставляющая максимум критерию (16), т. е.

$$\max_{\{k^*\}} R=\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{j=1}^{N_i} c_{ij}'\beta_{ij}^{\text{опт}}\overline{\mathbf{y}}_{ij}^{*}-\sum_{k=1}^{n_i} c_0' k_0^{lk(\text{опт})}\overline{\mathbf{y}}_0\right).\qquad (18)$$

Предложенный подход позволяет оптимизировать отдельные элементы системы независимо друг от друга и в дальнейшем определить оптимальную структуру системы для заданного множества подсистем.

Данный метод может быть легко формализован с применением вычислительной техники и является эффективным средством при решении задач автоматизированного проектирования.

Московский химико-технологический институт
им. Д. И. Менделеева

Поступило
25 XII 1974

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] *В. В. Кафаров, В. Л. Перов и др.*, ДАН, т. 218, № 3, 634 (1974).