Доклады Академии наук СССР
1975. Том 220, № 3

УДК 621.317.743.7 ФИЗИКА

Член-корреспондент АН СССР Л. Д. БАХРАХ, С. Д. КРЕМЕНЕЦКИЙ

О ВОЗБУЖДЕНИИ КРИВОЛИНЕЙНЫХ ЩЕЛЕВЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМОЙ ИСТОЧНИКОВ

Сейчас в антенной технике для формирования диаграмм направленности специальной формы стали применять криволинейные щелевые излучатели различной геометрии. Методы расчета касательной составляющей распределения поля **E** в апертуре таких антенн по известным требованиям к диаграмме достаточно подробно разработаны [1, 2]. При этом предполагалось, что щель ширины d и длины L прорезана в бесконечно тонкой идеально проводящей поверхности S, радиусы кривизны которой много больше d и длины волны. Зная распределение поля **E** и входные адмитансы объемов V_1 и V_2, расположенных по разные стороны от поверхности S, можно рассчитать ток, наводимый на металлизированной щели источниками, возбуждающими это поле [3].

Практическая реализация схемы возбуждения, обеспечивающей вдоль предполагаемой линии щели точно или приближенно нужную функцию распределения тока **I**, является в общем случае трудной задачей. В связи с этим в статье [4] обсуждалась возможность создания требуемого закона **I** дискретной системой источников, располагаемых нормально контуру щели.

Однако в опубликованных работах не приводится строгого обоснования расчетных соотношений для определения координат и комплексных амплитуд токов возбуждения дискретных источников, обеспечивающих хорошее приближение к заданной диаграмме направленности. Поэтому основная цель настоящей заметки состоит в том, чтобы электродинамическими методами решить эту задачу как для замкнутой, так и разомкнутой криволинейной щели.

Пусть на поверхности S прорезана узкая сильно излучающая криволинейная щель длины L, радиус кривизны которой $\rho \gg d$, а $d \ll L$. Скалярная функция напряжения $U(t)$ вдоль такой щели удовлетворяет, как показано в работах [3, 5], интегродифференциальному уравнению

$$\frac{d^2U}{dt^2} + k^2U - \alpha\frac{k}{L}\{F(U,t) + ih(t)\} = 0, \qquad 0 \leqslant t \leqslant L, \tag{1}$$

где t — текущая координата контура, k — волновое число. α и F — соответственно параметр и линейный функционал напряжения, полностью определяемые геометрией объемов V_ν, $\nu = 1, 2$, и их электродинамическими свойствами, $h(t)$ — закон распределения продольной составляющей возбуждающего магнитного поля $\mathbf{H} = [\mathbf{I}, \mathbf{n}]$ по оси металлизированной щели, $\mathbf{n}$ — единичный орт нормали к поверхности S.

Из физических соображений ясно, что к уравнению (1) надо присоединить одно из следующих граничных условий:

$$U(0) = 0, \quad U(L) = 0,$$
$$U(0) = U(L), \quad U'(0) = U'(L),$$

описывающих поведение напряжения в точках $t=0$ и $t=L$ соответственно для разомкнутой и замкнутой щели.

С помощью функции Грина $\Gamma(t, \tau)$ оператора $PU=(d^2/dt^2+k^2)U$ преобразуем (1) в интегральное уравнение второго рода

$$U+\alpha\frac{k}{L}\{(\Gamma,\bar{F})+i(\Gamma,\bar{h})\}=0, \tag{2}$$

где $(\Gamma, \bar{F})$ и $(\Gamma, \bar{h})$ — скалярные произведения, а черта здесь и ниже обозначает операцию комплексного сопряжения. Нетрудно убедиться, что для разомкнутого излучателя функция Грина

$$\Gamma(t,\tau)=\begin{cases} g\sin kt\sin k(L-\tau), & t\leqslant\tau,\\ g\sin k\tau\sin k(L-t), & t\geqslant\tau,\end{cases} \tag{3}$$

а для замкнутого

$$\Gamma(t,\tau)=\begin{cases} -0{,}5g\cos k(t-\tau+0{,}5L), & t\leqslant\tau,\\ -0{,}5g\cos k(\tau-t+0{,}5L), & t\geqslant\tau,\end{cases} \tag{4}$$

где $g=(k\sin kL)^{-1}$.

Уравнение (2) позволяет по известной функции $h(t)$ найти устанавливаемое в щели напряжение. Рассмотрим два случая возбуждения антенны.

Пусть сначала криволинейный излучатель возбуждается дискретной системой из N источников с единичными амплитудами, каждый из которых создает в металлизированной щели парциальный закон распределения тока $f_n(t)$, $n=1, 2,\ldots, N$. Тогда при известных комплексных амплитудах I_n или соответствующих им амплитудах источников возбуждения продольную составляющую магнитного поля по оси щели можно записать так:

$$h(t)=\sum_{n=1}^{N}I_n\cdot f_n(t).$$

Подставляя это выражение в уравнение (2), видим, что

$$(\Gamma,\bar{h})=\sum_{n=1}^{N}I_n(\Gamma,\bar{f}_n).$$

Предположим, что каждая из функций $f_n(t)$ существенно отлична от нуля лишь на некотором отрезке $l_n\ll L$. Именно таким свойством обладают парциальные распределения тока при некоторых способах возбуждения излучателей, например с помощью симметричных полосковых линий, одна из внешних пластин которых совпадает с поверхностью S ([4]). Тогда практически

$$(\Gamma,\bar{h})=\sum_{n=1}^{N}I_nb_n\Gamma(t,\tau_n),\qquad b_n=\int\limits_{l_n}f_n(\tau)\,d\tau, \tag{5}$$

где τ_n — некоторая внутренняя точка отрезка l_n.

Пусть теперь $h(t)$ — непрерывная функция распределения продольной составляющей магнитного поля, рассчитанная по известному решению внешней задачи синтеза — напряжению $U(t)$. Рассмотрим скалярное произведение $(\Gamma, \bar{h})$. Используя различные квадратичные формулы, его можно записать так:

$$(\Gamma,\bar{h})=\sum_{n=1}^{N}A_n\Gamma(t,\xi_n)h(\xi_n)+r(N,h), \tag{6}$$

где A_n — постоянные коэффициенты, ξ_n — некоторые внутренние точки отрезка $[0, L]$ и $r(N, h)$ — остаточный член формулы (6), который быстро убывает при увеличении N ([6]). Из сопоставления формул (5) и (6) следует, если τ_n взять равными ξ_n, а амплитуды источников возбуждения положить равными $I_n = A_n b_n h(\xi_n)$, то в криволинейном излучателе будет реализован закон распределения напряжения $U_1(t)$, близкий к заданному.

По известной функции $r(N, h)$ можно оценить норму отклонения распределения $U_1(t)$ от $U(t)$, но больший практический интерес представляет само распределение напряжения $U_1(t)$ по щели. Его легко найти, решая на ЭВМ уравнение (2) при $(\Gamma, \bar{h})$, определяемом первым слагаемым формулы (6). Действительно, из работы [3] следует, что функционал F можно представить следующим образом:

$$F(U,t) = \left(\sum_{\nu,m} f_{\nu m} \varkappa_{\nu m}(t) \cdot \varkappa_{\nu m}(\tilde{t}), \overline{U}(\tilde{t}) \right), \tag{7}$$

где $\varkappa_{\nu m}(t)$ — закон распределения m-й парциальной моды ν-го объема V_ν на оси щели, а $f_{\nu m}$ — известные коэффициенты, определяемые электродинамическими свойствами объемов V_1 и V_2.

Подставляя (7) в (2), получим

$$(\Gamma, \bar{F}) = \left(\sum_{\nu,m} f_{\nu m} \varkappa_{\nu m}(t) \varkappa_{\nu m}^{(1)}(\tilde{t}), \overline{U}(\tilde{t}) \right), \tag{8}$$

где $\varkappa_{\nu m}^{(1)}(\tilde{t}) = (\Gamma(\tilde{t}, \xi), \bar{\varkappa}_{\nu m}(\xi))$.

Из (8) ясно, что при ограничении в нем числа членов ряда, выражение (2) является уравнением с вырожденным ядром. Поэтому его решение определяется формулой [7]

$$U_1(t) = -\frac{\alpha k}{L} \left[i \sum_{n=1}^{N} A_n \Gamma(t, \xi_n) h(\xi_n) + \sum_{\nu=1}^{2} \sum_{m=1}^{M} c_{\nu m} f_{\nu m} \varkappa_{\nu m}(t) \right],$$

где $c_{\nu m}$ удовлетворяют следующей системе линейных уравнений:

$$c_{\nu m} + \frac{\alpha k}{L} \sum_{\nu=1}^{2} \sum_{s=1}^{M} c_{\nu s} f_{\nu s} (\varkappa_{\nu s}, \bar{\varkappa}_{\nu s}^{(1)}) =$$
$$= -i \frac{\alpha k}{L} \sum_{\nu=1}^{2} \sum_{n=1}^{N} A_n h(\xi_n) (\Gamma(t, \xi_n), \bar{\varkappa}_{\nu m}^{(1)}), \qquad \nu = 1, 2; \qquad m = 1, 2, \ldots, M. \tag{9}$$

Из рассмотрения функций Грина (3) и (4) ясно, что система (9) теряет смысл при длине излучателя, кратной целому числу полуволн. Однако и в этом случае, совершая в (9) предельный переход при $\sin kL \to 0$, получим, как следует из статьи [3], систему линейных уравнений, позволяющую корректно определить коэффициенты $c_{\nu m}$.

В заключение отметим, что различные практические способы выбора точек ξ_n и коэффициентов A_n рассмотрены в работах [2, 8]. Естественно, что при увеличении числа N источников возбуждения напряжение $U_1(t)$ лучше воспроизводит требуемую функцию $U(t)$. Однако существует верхняя граница N (обозначим ее N_0), которая определяется из условия допустимой развязки между соседними источниками возбуждения. Используя данные работ [2, 4, 8], можно для различной геометрии этих источников, например симметричных полосковых линий, рассчитать значение N_0. Результаты экспериментальной проверки предложенной выше теории, подтверждающие ее справедливость, приведены в ряде статей [9, 10].

Поступило
30 V 1974

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] *Е. Г. Зелкин*, Построение излучающей системы по заданной диаграмме направленности, М., 1963. [2] *Л. Д. Бахрах, С. Д. Кременецкий*, Синтез излучающих систем, М., 1974. [3] *П. Ш. Фридберг*, ДАН, т. 194, № 1, 73 (1971). [4] *Ю. Ю. Радциг*, Вопросы радиоэлектроники, сер. общетехнич., № 12, 19 (1969). [5] *Я. Н. Фельд*, Синтез излучающих систем, М., 1948. [6] *В. И. Крылов, Л. Т. Шульгина*, Справочная книга по численному интегрированию, «Наука», 1966. [7] *Г. Е. Шилов*, Математический анализ, М., 1950. [8] *С. Д. Кременецкий*, Вопросы радиоэлектроники, сер. общетехнич. № 3, 15 (1968). [9] *С. Д. Кременецкий, Ю. Ю. Радциг, В. А. Скачков*, Радиотехника и электроника, т. 15, 10, 2060 (1970). [10] *С. Д. Кременецкий, Ю. Ю. Радциг, Н. Г. Воробьев*, Вопросы радиоэлектроники, сер. общетехнич. № 3, 3 (1972).