Доклады Академии наук СССР
1975. Том 221, № 4

УДК 539.142

ФИЗИКА

В. Г. НЕВЗГЛЯДОВ

ТЕОРИЯ КОЛЛЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ В ЯДРЕ С УЧЕТОМ ВИХРЕВОГО ДВИЖЕНИЯ ЯДЕРНОГО ВЕЩЕСТВА

(Представлено академиком Л. И. Седовым 18 XII 1974)

1. Малые деформации и вращение ядра — это коллективные движения, обобщенные же координаты $\alpha_{2\mu}$ теории О. Бора — Моттельсона (О.Б.—М.) (1) описывают только безвихревое $\mathbf{v}=\nabla\varphi$. В литературе отмечалась необходимость учета вихревого движения $\operatorname{rot}\mathbf{v}=2\boldsymbol{\Omega}$, и для этого мы обобщаем теорию О.Б.—М., полагая поле скоростей ядерного вещества в виде

$$\mathbf{v}=\nabla\varphi+[\boldsymbol{\Omega}, r], \quad \boldsymbol{\Omega}=\boldsymbol{\Omega}(t), \quad \Delta\varphi=0. \tag{1,1}$$

Движение (1,1) задано в инерциальной системе отсчета Ox_k с началом в центре масс. Введем систему отсчета Ox_k', вращающуюся с угловой скоростью $\boldsymbol{\Omega}$ (совпадающую с Ox_k при $\Omega=0$), и назовем ее собственной системой вещества ядра. В собственной системе Ox_k' задаем уравнение поверхности ядра

$$R=R_0\left\{1+\sum_\mu\alpha_{2\mu}Y_{2\mu}(\vartheta,\varphi)\right\}; \quad \alpha_{2\mu}\equiv\alpha_{2\mu}'+i\alpha_{2\mu}'', \tag{1,2}$$

т. е. $\alpha_{2\mu}$ совпадают с боровскими при $\Omega=0$. Решая уравнение Лапласа для φ в системе Ox_k', получаем потенциал скорости

$$\varphi(x_k', t)={}^1/_2(15/2\pi)^{1/2}\{24^{-1/2}(3x_3'^2-r^2)\dot\alpha_{20}+x_3'(\dot\alpha_{21}'x_1'-\dot\alpha_{21}''x_2')-$$
$$-\dot\alpha_{22}''x_1'x_2'+{}^1/_2\dot\alpha_{22}'(x_1'^2-x_2'^2)\}. \tag{1,3}$$

Модель имеет 8 степеней свободы: 5 вещественных $\alpha_{2\mu}'$, $\alpha_{2\mu}''$ — деформационные и три эйлерова угла χ_k — вращательные, соответствующие Ω_k. Кинетическая энергия

$$T={}^1/_2\int v^2\,dm=T_{\rm rot}+T_{\rm df}+T_{\rm rd}, \tag{1,4}$$

$T_{\rm rot}$ — кинетическая энергия вращения (I_{ik}' удобно брать в Ox_k'),

$$T_{\rm rot}\equiv{}^1/_2\int[\boldsymbol{\Omega},\mathbf{r}]^2\,dm={}^1/_2I_{ik}'\Omega_i'\Omega_k', \quad I_{ik}'\equiv j\delta_{ik}-j_{ik}'; \tag{1,5}$$

$$j_{ik}'\equiv\int x_i'x_k'\,dm=\rho\int x_i'x_k'\,d\tau, \quad j\equiv j_{11}'+j_{22}'+j_{33}'; \tag{1,6}$$

$$j_{ik}'=\frac{8\pi}{15}B(\delta_{ik}+\Delta j_{ik}'), \quad B\equiv{}^1/_2\rho R_0^5; \quad \Delta j_{12}'=-\left(\frac{15}{2\pi}\right)^{1/2}\alpha_{22}''; \tag{1,7}$$

$T_{\rm df}$ — кинетическая энергия деформации и $T_{\rm rd}$ — кинетическая энергия взаимодействия вращения с деформацией:

$$T_{\rm df}\equiv{}^1/_2\int(\nabla\varphi)^2\,dm={}^1/_2B\sum_\mu|\dot\alpha_{2\mu}|^2+\Delta T_{\rm df}; \tag{1,8}$$

$$T_{\rm rd}\equiv(\boldsymbol{\Omega},\mathbf{M}_{\rm df}); \quad \mathbf{M}_{\rm df}\equiv\int[\mathbf{r},\nabla\varphi]\,dm. \tag{1,9}$$

$\mathbf{M}_{\mathrm{df}}$ — угловой момент деформации. Полный угловой момент

$$\mathbf{M}=\int[\mathbf{r},\mathbf{v}]dm=\mathbf{M}_{\mathrm{df}}+\mathbf{M}_{\mathrm{rot}};\qquad \mathbf{M}_{\mathrm{rot}}\equiv\int[\mathbf{r},[\mathbf{\Omega},\mathbf{r}]]dm. \tag{1,10}$$

$\mathbf{M}_{\mathrm{rot}}$ — угловой момент вращения.

Введем $\boldsymbol{\alpha}_k$ — орты по осям Ox_k':

$$(\boldsymbol{\alpha}_i,\boldsymbol{\alpha}_k)=\delta_{ik},\qquad \boldsymbol{\alpha}_k\equiv\alpha_{ik}\mathbf{e}_i,\qquad \dot{\boldsymbol{\alpha}}_k=[\mathbf{\Omega},\boldsymbol{\alpha}_k], \tag{1,11}$$

$\mathbf{e}_i$ — орты по осям Ox_i. Проекции угловых моментов на $\boldsymbol{\alpha}_k$

$$M_k^{\prime\,\mathrm{rot}}=I_{ki}'\Omega_i';\qquad M_k^{\prime\,\mathrm{df}}=\delta_{kmn}\int x_m'\frac{\partial\varphi}{\partial x_n'}dm. \tag{1,12}$$

Выражения T и $\mathbf{M}$ справедливы (как в теории О.Б.—М.) при пренебрежении вторыми степенями $\alpha_{2\mu}$ сравнительно с единицей, причем они одинаковы как для сферических в основном состоянии ядер, так и статически деформированных (различие между этими типами только в виде потенциальной энергии). При $\Omega=0$ все формулы переходят в формулы теории О.Б—М. Преобразуем тензор $\alpha_{2\mu}$ к декартовым компонентам:

$$\alpha_{20}=A_{33},\ \alpha_{2,\pm1}=\pm(^2/_3)^{1/2}(A_{13}\mp iA_{23}),\qquad \alpha_{2,\pm2}=6^{-1/2}(A_{11}-A_{22}\mp2iA_{12}). \tag{1,13}$$

Компоненты A_{ik}, как и $\alpha_{2\mu}$, заданы в системе Ox_k'. Из (1,8), (1,12) получаем

$$T_{\mathrm{df}}={}^1/_3B\dot{A}_{ik}\dot{A}_{ik}+\Delta T_{\mathrm{df}},\qquad M_k^{\prime\,\mathrm{df}}={}^4/_3B\delta_{kmn}A_{ms}\dot{A}_{ns}. \tag{1,14}$$

Введем еще систему отсчета Ox_k'', связав ее с осями тензора $\alpha_{2\mu}$ (осями эллипсоида (1,2)), и назовем ее собственной системой математической поверхности ядра. Обозначим β_k орты по осям Ox_k'' и $\mathbf{q}$ — угловую скорость их вращения относительно системы Ox_k', т. е. осей поверхности (1,2) относительно вещества; тогда

$$\beta_k\equiv\beta_{ik}\alpha_i,\qquad \overset{\mathrm{отн}}{\dot\beta_k}\equiv\dot\beta_{ik}\alpha_i=[\mathbf{q},\beta_k],\qquad \mathbf{q}={}^1/_2[\beta_k,\overset{\mathrm{отн}}{\dot\beta_k}]; \tag{1,15}$$

$$\mathbf{q}\equiv\tilde{q}_k\beta_k;\qquad \tilde{M}_n^{\mathrm{df}}\equiv M_k^{\prime\,\mathrm{df}}\beta_{kn}=g_{\underline{n}}\tilde{q}_n;\qquad g_1\equiv{}^4/_3B(A_2-A_3)^2, \tag{1,16}$$

g_2, g_3 получаются круговой перестановкой; A_k — компоненты A_{ik} в диагональной форме; g_n — моменты инерции деформации.

Используя боровские β, γ, получаем

$$A_{1,2}=-{}^1/_2a_0\pm(^3/_2)^{1/2}a_2,\qquad A_3=a_0,\qquad a_0\equiv\beta\cos\gamma,\qquad a_2\equiv2^{-1/2}\beta\sin\gamma; \tag{1,17}$$

$$\tilde{M}_n^{\mathrm{df}}=\mathcal{J}_{\underline{n}}\tilde{q}_n;\qquad \mathcal{J}_n=g_n=4B\beta^2\sin^2\left(\gamma-n\frac{2\pi}{3}\right); \tag{1,18}$$

$$T_{\mathrm{df}}=T_{\mathrm{df}}^{(1)}+T_{\mathrm{df}}^{(2)}+\Delta T_{\mathrm{df}};\qquad T_{\mathrm{df}}^{(1)}\equiv{}^1/_3B\dot{A}_k\dot{A}_k={}^1/_2B(\dot\beta^2+\beta^2\dot\gamma^2); \tag{1,19}$$

$$T_{\mathrm{df}}^{(2)}\equiv{}^1/_2g_n\tilde{q}_n^2=(2\mathcal{J}_n)^{-1}(\tilde{M}_n^{\mathrm{df}})^2. \tag{1,20}$$

Вводя эйлеровы углы ϑ_k, определяющие ориентацию осей Ox_k'' относительно Ox_k', получим преобразование пяти деформационных координат $\alpha_{2\mu}$ к β, γ, ϑ_k (не следует смешивать ϑ_k с вращательными степенями свободы χ_k).

2. В теории О.Б.—М. имеются неудачные термины, приводящие к недоразумениям. Моменты инерции вращения I_{ik}' из (1,5) называют «твердотельными», а $g_n=\mathcal{J}_n$ из (1,18) — «гидродинамическими» и благодаря формальному сходству кинетической энергии вращения

$$T_{\mathrm{rot}}\equiv{}^1/_2I_{ik}'\Omega_i'\Omega_k'={}^1/_2I_k\Omega_k^2=(2I_k)^{-1}(M_k^{\mathrm{rot}})^2 \tag{2,1}$$

с $T_{\mathrm{df}}^{(2)}$ из (1,20) (тоже называемой энергией вращения) полагают, что у жидкости «твердотельные» моменты становятся «гидродинамическими». Сходство формальное, а движения различные. При переходе от твердого тела к деформируемому, кроме I_k, появляются еще g_k благодаря новым степеням свободы — деформационным, т. е. I_k и g_k разные, независимые величины. $T_{\rm rot}$ и I_{ik}', определенные в (1,5), в одинаковой мере относятся к твердому и жидкому телам. $T^{(2)}_{\rm df}$ не описывает вращения жидкости и имеется существенное различие в свойствах Ω-вращения вещества и q-вращения осей деформации в веществе. Различие осталось незамеченным благодаря использованию в качестве классической модели теории О.Б.—М. движения идеальной жидкости во вращающейся оболочке (задача Ламба — Жуковского). Н. Е. Жуковский [2] дает угловой момент и кинетическую энергию жидкости в виде

$$M_k = J_k\omega_k, \quad T = {}^1/_2 J_k\omega_k^2, \quad J_1 \equiv \frac{m}{5}(a_2^2-a_3^2)^2(a_2^2+a_3^2)^{-1}, \tag{2,2}$$

J_2, J_3 получаются круговой перестановкой; a_k — полуоси эллипсоида, M_k — проекции $\mathbf{M}$ на его оси.

Если $a_k = R_0(1+{}^1/_2\rho_k)$ и пренебрегать вторыми степенями ρ_k, то $J_1 = {}^4/_3 B(\rho_2-\rho_3)^2$ и, формально полагая $\rho_k = A_k$ и $\omega_k = \tilde{q}_k$, получаем совпадение (2,2) с (1,18), (1,20). Можно задать $\omega_k = \mathrm{const}$ и пренебрегать массой оболочки, что создает впечатление инерционного движения жидкости; однако сила реакции оболочки не равна нулю и движение не инерционное. Классическая модель инерционного движения рассмотрена автором [3]. Найдено частное решение, когда A_k (т. е. β, γ) постоянны. Это движение похоже на (2,2), но имеется существенное отличие: все интегралы движения (в их числе β, γ, $\tilde{q}_k$) выражаются через один независимый M — угловой момент, тогда как в (2,2) ρ_k и ω_k независимо один от другого задаются оболочкой. q слабо зависит от M и определяется физической константой ω_0 — частотой деформаций. В этом отличие q от Ω, благодаря которому (1,20) не дает ротационной полосы. В работе [4] показано, что в теории О.Б.—М. ротационной полосы быть не может — это следствие безвихревого движения, не зависящее от статической деформации.

Внимание физиков направлено на «объяснение» различия между I_k и g_k. Эта мнимая проблема возникла от смешения $T_{\rm rot}$ в (2,1) с $T^{(2)}_{\rm df}$ в (1,20) и от непонимания различия между Ω и q. В последнем повинна модель Ламба — Жуковского, в которой ω — угловая скорость оболочки — не отличается от Ω. Принято ставить задачу вычисления момента инерции, причем: 1) обсуждается неопределенная величина «момент инерции» в о о б щ е без понимания, к какому вращению — Ω или q — он относится (т. е. к степеням свободы χ_k или ϑ_k), и 2) предполагается, что I_k и g_k — предельные значения для твердого и жидкого состояний и что особенности внутреннего состояния ядра могут дать промежуточные значения. Для вычисления «момента инерции» используется метод Инглиса [5], применяющий теорию возмущения для нахождения спектра системы при вынужденном ее вращении, задаваемом внешним полем.

Для изолированной системы надо дать определение ω. Это должна быть постоянная характеристика инерционного движения ядра и притом достаточно малая. Такой может быть Ω и не может быть q и при этом должен получиться момент инерции вращения.

Если ввести $J_{ik}^{\text{обр}}$ — матрицу, обратную I_{ik}', и приближенно $J_{ik}^{\text{обр}} = J_0^{-1}(\delta_{ik}+\Delta J_{ik})$, то кинетическую энергию (1,4) можно записать в виде

$$T = T_{\rm df} + (2J_0)^{-1}(M^2 - M_{\rm df}^2) + \Delta T \equiv M^2(2J_{\text{эф}})^{-1}. \tag{2,3}$$

Отсюда видна сложная структура $J_{\text{эф}}$, которую метод Инглиса описать не может.

3. Ограничение в $\alpha_{\lambda\mu}$ значением $\lambda=2$ и пренебрежение вторыми степенями означает такое деформационное движение ядерной среды, при котором сохраняется порядок материальных поверхностей, т. е. поверхность ядра всегда эллипсоид. Это означает, что вещество ядра — тело однородной

деформации (т.о.д.), поэтому надо п. 1 сравнить с теорией т.о.д., ранее предложенной автором [6-8]. Переход к т.о.д. совершается преобразованием (1,1) от эйлеровых переменных x_i к лагранжевым a_k. Формулы п. 1 совпадают с формулами теории т.о.д. при соотношении $A_{nk}=(\pi/5)^{1/2}\varepsilon_{nk}$, взаимно однозначно связывающем A_{nk} с тензором деформации ε_{nk}.

В теории О.Б.–М. потенциальная энергия сферических в основном состоянии ядер равна $U=U_{\text{пов}}+U_{\text{кул}}={}^1/{}_2C\beta^2$. Мы считаем, что главная причина сферической формы не поверхностное натяжение, а заполненная оболочка нуклонов – объемная структура, сопротивляющаяся объемным силам воздействия, изменяющим ее форму. Этот эффект упругости заполненных оболочек учитывается добавкой $U_{\text{уп}}=\mu V_0\varepsilon_{ik}\varepsilon_{ik}$. Причиной возможной статической деформации ядра является незаполненная оболочка, тоже объемная структура – часть вещества, распределенная по всему объему, поэтому оси ее в основном состоянии являются осями $\alpha_{2\mu}^0$ – тензора, определяющего статически деформированную поверхность. Все компоненты $\alpha_{2\mu}^0$, т. е. не только β_0, γ_0, но и ϑ_k^0, в равной мере определены свойствами незаполненной оболочки. Заполненные оболочки обладают сферической симметрией и изотропной упругостью, поэтому оси возможной анизотропии статически деформированного ядра – это оси незаполненной оболочки и поворот их может происходить только с веществом (т. е. при $\Omega\neq0$), отличие же от изотропности мало и может быть учтено в ΔU. Отсюда получаем

$$U={}^1/{}_2C\sum_{\mu}|\alpha_{2\mu}-\overset{0}{\alpha}_{2\mu}|^2+\Delta U. \tag{3,1}$$

Сравнение с принятыми в теории О.Б–М. видами U дано в [4].

4. Для объяснения наблюдаемых ротационных полос статическая деформация ядер недостаточна (см. [4]) и не нужна, но необходимо вихревое движение. Поэтому возникает вопрос: существуют ли статически деформированные ядра? Квадрупольные моменты можно объяснить динамическими деформациями. Нулевые колебания в решении Янковича [9] дают аксиально симметрическое ядро: $\langle 0|\beta^2|0\rangle={}^5/{}_2\hbar^2(BC)^{-1/2}$.

Отбрасывая в (2,3) ΔT, составляем уравнение Шредингера, решение которого дает следующий спектр:

$$E(N,I,I_d)=\hbar\omega_0(N+{}^5/{}_2+\hbar^2(2J_0)^{-1}[I(I+1)-I_d(I_d+1)]. \tag{4,1}$$

I_d, I_r – квантовые числа угловых моментов $\hat{M}^2_{\text{df}}$ и $\hat{M}^2_{\text{rot}}$, причем $|I_r-I_d|\leqslant\leqslant I\leqslant I_r+I_d$. Если нет статической деформации, то $N=n_1+\ldots+n_5$ и имеется вырождение по I_d; если она имеется, то возникают ограничения. Отметим основное: $n_4=n_5=0$ и снимается вырождение по I_d, а именно $I_d=2N$. При $I_r\neq0$ выражение (4,1) дает ротационные полосы различных типов в зависимости от вырождения по I_d и образования I из I_r и I_d. Некоторые типы рассмотрены в [8]; экспериментальные данные укладываются в схему (4,1).

При больших деформациях $\hat{M}^2_{\text{df}}$ не является интегралом движения и (4,1), как и вся теория О.Б.–М., не пригодны. Теория т.о.д. справедлива и при конечных деформациях (см. [10]).

Ленинградский государственный университет
им. А. А. Жданова

Поступило
18 XI 1974

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] *О. Бор, Б. Моттельсон,* Пробл. соврем. физ., № 9 (1955); № 1 (1956). [2] *Н. Е. Жуковский,* Избран. соч., т. 1, 1948, стр. 31. [3] *В. Г. Невзглядов,* ДАН, т. 202, 1292 (1972). [4] *В. Г. Невзглядов,* ДАН, т. 216, № 1, 63 (1974). [5] *D. Inglis,* Phys. Rev., v. 96, 1059 (1954); v. 103, 1786 (1956). [6] *В. Г. Невзглядов,* Вестн. Ленингр. унив., сер. матем. и мех., № 19, 114 (1967). [7] *В. Г. Невзглядов,* ДАН, т. 186, № 6, 1298 (1969). [8] *В. Г. Невзглядов,* Теория однородной деформации и ее применение к атомному ядру, Владивосток, 1970. [9] *Z. Jankovic,* Nuovo Cim., v. 14, № 5, 1174 (1959). [10] *В. Г. Невзглядов,* ДАН, т. 217, № 2, 315 (1974).