

УДК 519.95:62-501.72 КИБЕРНЕТИКА И ТЕОРИЯ РЕГУЛИРОВАНИЯ

В. А. ГЕЛОВАНИ, В. А. ЕГОРОВ, В. Б. МИТРОФАНОВ,
А. А. ПИОНТКОВСКИЙ

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ В ГЛОБАЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФОРРЕСТЕРА

(Представлено академиком Л. В. Канторовичем 8 VII 1974)

В работах ^(1, 2) методами системной динамики ^(3, 4) построены гипотетические математические модели взаимодействия населения P Земли с невозобновляемыми природными ресурсами R , загрязнениями Z , капиталовложениями в сельское хозяйство SV и в промышленность $(1-S)V$. В ^(1, 2) показано, что при сохранении современных тенденций развития глобальной системы в соответствии с моделями ^(1, 2) рост населения P , капитала V , материального и пищевого обеспечения приведет к истощению невозобновляемых природных ресурсов, чрезмерному загрязнению Земли и (с середины XXI века) сменится быстрым спадом численности населения и упадком производства.

Как альтернатива упадку в ^(1, 2) предлагается перейти к «глобальному равновесию» путем строгого ограничения: 1) рождаемости до уровня смертности; 2) генерации капитала — до уровня его амортизации; 3) генерации загрязнений — до уровня их естественной абсорбции; 4) потребления ресурсов — до $1/4$ уровня 1970 г. Однако остается неясным в принципе, как перейти к глобальному равновесию и возможно ли вообще это сделать (возможности поддержания такого равновесия при $t \rightarrow \infty$, где t — время, вообще не существует, поскольку невозобновляемые ресурсы все равно убывают примерно на $1/3$ от уровня 1970 г. каждые 150 лет). Неясно, чем и как управлять для выполнения ограничений 1)–4), в частности, неясно, как уменьшить рождаемость, насколько это приемлемо и с какими затратами и ущербом это связано.

Кроме того, авторы ^(1, 2) не учитывают возможности технического прогресса, которой, несомненно, позволит достигнуть: уменьшение норм потребления ресурсов и выброса загрязнений производством, возрастания производственной функции вследствие явной ее зависимости от времени. Учет этих возможностей, вероятно, коренным образом изменил бы структуру моделей и динамику уровня благосостояния ^(1, 2).

В данной работе не используются эти возможности, но даже и без них, лишь с помощью введения управления в модель ⁽¹⁾, показывается, что упадка можно избежать, если существенную долю мировых капиталовложений (порядка $1/2$) направлять на восстановление природных ресурсов и борьбу с загрязнениями. При этом из модели ⁽¹⁾ создается более общая гипотетическая управляемая математическая модель, которая в отличие от ⁽¹⁾ допускает ненулевые стационарные решения, устойчивые при $t \rightarrow \infty$. Указывается ряд таких решений. Эти результаты получены на основе данных из модели ⁽¹⁾ и потому носят условный, методический характер.

1. Введение управлений. Не ограничивая роста генерации капитала (сверх его амортизации), будем считать, что часть его годового прироста направляется на восстановление ресурсов, на борьбу с загрязнениями и генерацией новых загрязнений, на изменение доли S сельхозфондов* (от всех основных фондов V). Соответственно в модель ⁽¹⁾ в

* Имеются в виду основные фонды сельского хозяйства.

правые части уравнений для R и Z добавим слагаемые $+U_R V/C_R$ и $-U_Z V/C_Z$, где U_R и U_Z — доли от V , направляемые на восстановление ресурсов и на борьбу с загрязнениями, а C_R и C_Z — коэффициенты стоимости восстановления и очистки соответственно. В правой части уравнения для S заменим фиксированную зависимость индикаторной доли S_F от уровня питания F_R (см. (1), фиг. 3.16) выражением $(1+U_S)S_F$. Тогда для материального уровня жизни получим определение $M_s = M_s^{(1)} \cdot (1-S-U_R-U_Z)/(1-S)$, где $M_s^{(1)}$ вычисляется по определению M_s из (1). Таковы отличия предлагаемой управляемой модели от модели (1). Остальные определения, соотношения и уравнения модели (1) сохраняются, поэтому при $U_i(t)=0$, $i=R, Z, V$, предлагаемая модель совпадает с моделью (1). Не воспроизводя эти уравнения в полном виде, мы приводим ниже (см. п.5) упрощенный их вариант.

Анализируя связь введенных здесь управлений с соответствующими долями годового прироста индустриального продукта, можно показать, что функции $U_i(t)$ действительно можно считать управлениями, хотя и приближенно, поскольку U_R, U_Z не могут мгновенно изменять свои значения, а меняют их с запаздыванием в несколько лет, которым можно пренебречь по сравнению с интервалом 130 лет.

Введенные управления должны удовлетворять ограничениям: необходимым

$$U_R \geq 0, \quad U_Z \geq 0, \quad 0 \leq (1+U_S)S_F \leq 1, \quad Z \geq 0, \quad dR/dt \leq 0$$

и желательным

$$M_s \geq M_m, \quad F_R \geq F_m, \quad Z \leq Z^{(M)}, \quad dP/dt \leq \dot{P}_m,$$

где $M_m, F_m, \dot{P}_m$ — минимально допустимые уровни $M_s(t), F_R(t), dP/dt$, а $Z^{(M)}$ — максимально допустимый уровень $Z(t)$.

2. Критерий оптимальности и краевые условия. Целью данной работы являлось отыскание управления, позволяющего избежать упадка, а в качестве средства достижения этой цели использовалась приближенная оптимизация управления с критерием

$$I = -R(t_K)/R(t_0) - A_{\dot{M}} \dot{M}_S^{(m)}/C_{\dot{M}} - A_{\dot{F}} \dot{F}_R^{(m)}/C_{\dot{F}} - A_{\dot{P}} \dot{P}^{(m)}/C_{\dot{P}} + \\ + A_M(1 - M_S^{(m)}) + A_Z(Z^{(M)}/C_Z - 1) + A_P(P^{(M)}/C_P - 1), \quad (1)$$

где $\dot{M}_S^{(m)}, \dot{F}_R^{(m)}, \dot{P}^{(m)}, M_S^{(m)}$ — минимумы $dM/dt, dF_R/dt, dP/dt, M_s$, а $Z^{(M)}, P^{(M)}$ — максимумы $Z(t), P(t)$ для $t_0 \leq t \leq t_K$; $A_i, i=\dot{M}, \dot{F}, \dot{P}, M, Z, P$, — весовые коэффициенты, а $C_{\dot{M}}=C_{\dot{F}}=7 \cdot 10^{-3}$, $C_{\dot{P}}=+5 \cdot 10^7$, $C_Z=Z(t_0)$, $C_P=P(t_0)$ — принятые константы соответственно допустимых минимумов для $\dot{M}_s, \dot{F}_R, \dot{P}$ и максимумов для Z и P .

Краевыми условиями были значения функций P, V, S, Z, R из модели (1) при $t=t_0=1975$ г. Значения на правом конце $t=t_K=2100$ г. были свободны.

3. Метод решения. Решение поставленной вариационной задачи сводилось к поиску минимума функции многих переменных путем параметризации управления. Применялись 9-параметрические представления управления

$$U_i(t) = a_{i1}\tau + a_{i2}\tau(\tau-1) + a_{i3}[i-i(t_0)]; \quad (2)$$

$$U_i(t) = \alpha_{i1}\tau + \alpha_{i2}\tau(\tau-1) + \alpha_{i3}(\sqrt{\tau}-\tau), \quad (3)$$

где $\tau = (t-t_0)/(t_K-t_0)$, $i=R, Z, S$, а также 19-параметрическое представление, где за параметры управлений $U_i(t)$ принимались 5 ординат U_{ij} , $j=1, 2, 3, 4, 5$, пяти узлов интерполяции (при условии $U_i(t_0)=0$) и 4 абсциссы t_v ($t_0 < t_v < t_K$), $v=1, 2, 3, 4$, общие для $i=R, Z, S$. Интерполировали

на внутренних участках параболы 3-го порядка, а на крайних — параболы 2-го порядка.

При фиксированном наборе X из 9 или 19 параметров (a_{ij} , α_{ij} или U_{ij}) система уравнений управляемой модели интегрировалась численно для $t \in [t_0, t_k]$; таким образом численно находилась функция $I(X)$, которая минимизировалась методом случайного поиска (⁵, ⁶).

4. Анализ результатов численного эксперимента на управляемой модели. Поиск начался применением параметризации (2) с критерием (1) при $A_i=0$, $i=M, F, \dots, P$, и привел к стабилизации

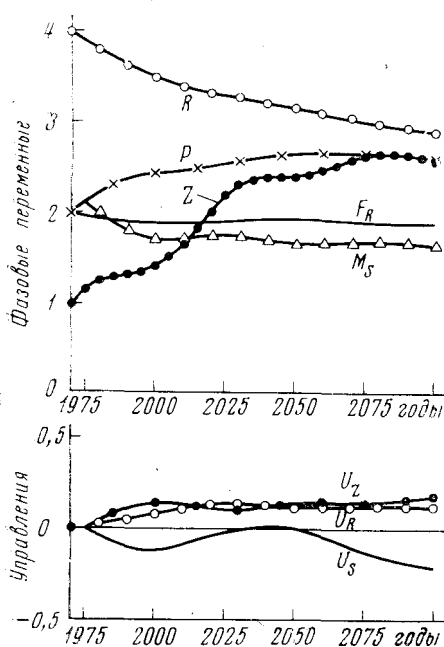


Рис. 1

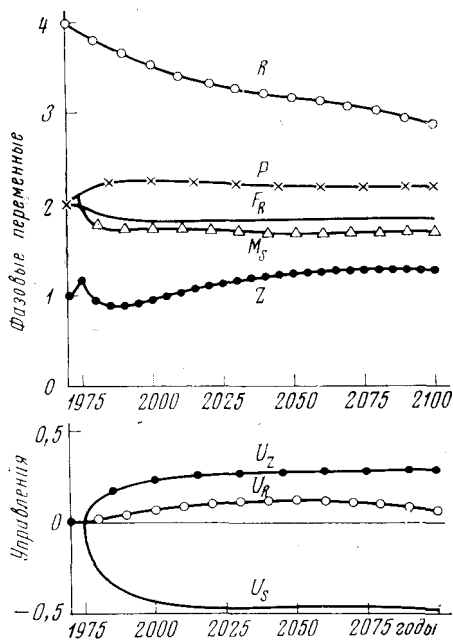


Рис. 2

функций $R(t)$ и $P(t)$, но осталось монотонное возрастание загрязнений $Z(t)$ и излишнее убывание $M_S(t)$ и $F_R(t)$. Увеличение веса члена с $\dot{F}_R^{(m)}$ (до $A_F=100$) привело не только к улучшению поведения $F_R(t)$, но и к уменьшению роста $Z(t)$. Применение 19-параметрического поиска с $A_Z=10$, $A_i=0$, $i \neq Z$ (рис. 1), улучшило поведение решения.

Еще лучшей стабилизации поведения фазовых переменных удалось достигнуть путем варьирования весов A_M , A_P и применения параметризации (3) с более резким возрастанием $U_i(t)$ при $t=t_0$ (рис. 2). Из рис. 2 следует, что волнистость кривых $U_Z(t)$, $U_S(t)$ на рис. 1 существенного значения не имеет, что квазиоптимальные управления знака не меняют, причем соответствующие им основные фонды от всех фондов составляют около 10% в секторе восстановления ресурсов, 20–30% — в секторе борьбы с загрязнениями, 15% — в сельхозсекторе.

Эти результаты получены при значениях $C_R=0,3$, $C_Z=0,4$ в единицах модели (¹). Была проведена оптимизация еще для трех пар (C_R, C_Z) : (1; 0,4), (0,3; 1), (1; 1) — с тем же критерием. Оказалось, что характер решения качественно не меняется.

5. Стационарные режимы. Как видно из анализа п. 4 (рис. 2), квазиоптимальные решения ведут себя весьма стабильно. Вдоль них аргументы табличных функций модели (¹) изменяются в столь узких пределах, что эти функции можно достаточно точно аппроксимировать прямыми, проходящими через точку 1970 г. Если подставить эти аппроксимации

в управляемую модель и за единицы принять значения 1970 г., то получаются уравнения

$$\begin{aligned} dP/dt &= P[1 - \Delta P + 0,6\Delta M_s + 6\Delta F_R - 0,13\Delta(Z/P)]/100, \\ dV/dt &= [2P(1 + 0,8\Delta M_s) - V]/40, \\ dS/dt &= [0,3(1 + U_s)(1 - \Delta F_R)M_s/F_R - S]/15, \\ dZ/dt &= 2V - P - Z/(0,75 + 0,25Z/P) - U_z V/0,4, \\ dR/dt &= -P(1 + 0,8\Delta M_s) + U_R V/0,3, \\ M_s &= V(1 - S - U_R - U_z)(1 + 0,7\Delta R)/0,7P, \\ F_R &= 1 + 0,4(SV/(0,3P) - 1) - 0,4\Delta P - 0,01\Delta(Z/P), \end{aligned} \quad (4)$$

$$(5)$$

где Δi означает отклонение переменной i от ее значения в 1970 г.

Стационарные значения отклонений получаются приравниванием нулю правых частей (4). Если еще наложить требование $M_s = F_R = 1$ на выбор управлений U_R , U_s , то стационарные решения (отметим их *) принимают наиболее простой вид

$$P^* = 2, \quad V^* = 4, \quad S^* = 0,15, \quad U_R^* = 0,15, \quad U_s^* = -0,5, \quad (6)$$

$$R^* = 0,5/(0,7 - U_z^*) - 0,4, \quad Z^* = [24(1 - U_z^*/0,8) - 6]/[5 - 4(1 - U_z^*/0,8)]. \quad (7)$$

Отсюда следует, что не может быть $U_z^* > 0,34$. Если совсем не чистить Землю, то получится $Z^* = 18$, $R^* = 0,3$. Для $U_z^* = 0,32$ получим $Z^* = 3$, $R^* = 0,9$.

Стационарные режимы устойчивы, время выхода решений на стационарные режимы составляет около 2 лет для Z , 15 лет для S , 40 лет для остальных переменных. С 1975 г. до 2100 г. все переменные успевают выйти на стационарные значения, так что возможность упадка после 2100 г. исключается.

6. Замечания. 1) Стационарные значения переменных нельзя назначать произвольно, как делается в ^(1, 2). Поэтому рекомендованное в ^(1, 2) «глобальное равновесие» после 2100 г. неизбежно нарушится, если не ввести в модель управления и не управлять в соответствии с их стационарными значениями.

2) Избежать упадка в принципе невозможно без затрат на восстановление природных ресурсов и уничтожение загрязнений, причем затраты эти, согласно п.п. 4, 5, должны составлять десятки процентов от всех затрат общества.

3) Введение управления распределением капиталовложений позволяет избежать большинства серьезных недостатков моделирования типа ^(1, 2), указываемых критикой ⁽⁷⁾.

4) Результаты п.п. 4, 5 подтверждают точку зрения Е. К. Федорова ⁽⁸⁾, показывая, что население может стабилизироваться под действием только косвенных факторов, без управления непосредственно демографическими параметрами.

5) Полученные результаты показывают, что можно избежать реализации пессимистического прогноза ^(1, 2) путем конкретных регулирующих воздействий со стороны человека, и дают основание для более оптимистических взглядов (например, ^(8, 9)) на будущее.

Институт прикладной математики
Академии наук СССР
Москва

Поступило
14 VI 1974

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ J. W. Forrester, World Dynamics, 1971. ² D. H. Meadows et al., The Limits to Growth, 1972. ³ J. W. Forrester, Industrial Dynamics, 1961. ⁴ J. W. Forrester, Urban Dynamics, 1964. ⁵ Л. А. Расстригин, Случайный поиск, 1965. ⁶ В. Б. Митрофанов, Препринт ИИМ АН СССР, № 118, 1974. ⁷ Future, №№ 1, 2 (1973). ⁸ Е. К. Федоров, Взаимодействие общества и природы, 1972. ⁹ М. И. Будыко, Вопросы философии, № 1 (1973).