

Е. П. СТУПАКОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАСТВОРЕНИЯ В ПОТОКЕ ФИЛЬТРАЦИИ ЧЕРЕЗ ПОРИСТУЮ СРЕДУ

(Представлено академиком Д. С. Коржинским 3 IV 1974)

В теории метасоматической зональности Д. С. Коржинского ⁽¹⁾ и других работах ^(2, 3) рассматривается задача взаимодействия многокомпонентной породы с непрерывным потоком раствора, фильтрующегося в поровом пространстве. В настоящей работе методами математического моделирования на АВМ решается задача растворения неоднородной пористой среды потоком фильтрации с использованием нелинейных уравнений, характеризующих состояние насыщения.

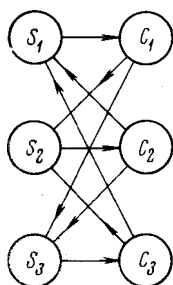


Рис. 1. Направленный граф процесса растворения в элементе пространства

Пусть имеется пористая среда в полуграниченном пространстве $x > 0$, содержащая n составных компонентов. Начальное содержание каждого i -го компонента ($i=1, 2, 3, \dots, n$) в пространстве известно, граничные условия заданы. Известно также, что скорости растворения каждого из n компонентов различны, причем при одновременном растворении нескольких компонентов имеет место взаимное влияние их друг на друга. В общем случае это влияние может как ускорять, так и замедлять растворение отдельных компонентов. Требуется определить условия образования зональности, связанной с полным растворением каждого компонента.

Представим структуру динамической связи процесса растворения в элементе объема пористой среды ΔV используя методы теории графов ⁽⁴⁾. Ветви направленного графа (рис. 1) связывают содержание компонентов S_1, S_2, S_3 , число которых ограничено до трех, с концентрациями раствора C_1, C_2, C_3 . Стрелки ветвей графа в прямом направлении отражают процесс уменьшения начального содержания, а в обратном — взаимное влияние компонентов друг на друга при растворении. Составим систему дифференциальных уравнений на основе приведенного графа для m -го элемента среды

$$\begin{aligned} \frac{dS_{1m}}{dt} &= -k_{11}S_{1m} \pm k_{21}S_{2m} \pm k_{31}S_{3m}, \\ \frac{dS_{2m}}{dt} &= -k_{22}S_{2m} \pm k_{12}S_{1m} \pm k_{32}S_{3m}, \quad m=1, 2, 3, \dots, \infty, \\ \frac{dS_{3m}}{dt} &= -k_{33}S_{3m} \pm k_{13}S_{1m} \pm k_{23}S_{2m}, \end{aligned} \quad (1)$$

где k_{ii} — коэффициенты скорости растворения каждого компонента, k_{ji} ($j=1, 2, 3$) — коэффициенты взаимного влияния. В общем случае эти коэффициенты зависят от времени, скорости течения раствора и физических свойств веществ.

Равновесный с породой раствор имеет концентрацию насыщения $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \bar{C}_3$ всюду, где есть твердая фаза, что можно записать в виде дополни-

тельной системы нелинейных уравнений, а именно:

$$C_1 = \bar{C}_1 \operatorname{sign} S_{1m}, \quad C_2 = \bar{C}_2 \operatorname{sign} S_{2m}, \quad C_3 = \bar{C}_3 \operatorname{sign} S_{3m}. \quad (2)$$

Здесь нелинейная функция (сигнатура) $\operatorname{sign} S_{im} = 1$ при $S_{im} > 0$, $\operatorname{sign} S_{im} = 0$ при $S_{im} = 0$.

Для определенности решения зададимся постоянными в пространстве начальными условиями

$$\begin{aligned} S_1(x, 0) = S_{10}, \quad S_2(x, 0) = S_{20}, \quad S_3(x, 0) = S_{30}, \\ C_1(x, 0) = C_1, \quad C_2(x, 0) = C_2, \quad C_3(x, 0) = C_3, \end{aligned} \quad (3)$$

что соответствует равновесному раствору, находящемуся в поровом пространстве по всей координате $x > 0$, а также граничным условием, означающим чистый растворитель при $x = 0$.

$$C(0, t) = 0. \quad (4)$$

Систему уравнений (1,2) с начальными условиями (3) и граничным условием (4) удобнее всего решать на АВМ, используя методы моделирования⁽³⁾. Схема модели m -го элемента пространства представлена на рис. 2. В схеме использованы по три интегратора, инвертора и решающих усилителя для образования нелинейной функции. На входе каждого интегратора включены нормально разомкнутые контакты операционного реле (ОР), которые срабатывают в моменты, когда $\operatorname{sign} S_{im} = 0$ во всех элементах пространства, начиная со второго. Для первого элемента функции ОР выполняет реле «пуск» — начало решения. В исходном состоянии модели при $t = 0$ на всех ее элементах $\operatorname{sign} S_{im} = 1$, что моделирует насыщенный раствор, находящийся в поровом пространстве. Схема модели соответствует системе дифференциальных уравнений (1) со знаком «плюс» перед коэффициентами k_{ji} .

Таким образом, задача сведена к моделированию движения границ полного растворения каждого компонента в элементарном объеме, при сохранении условия запуска следующего элемента пространственной модели.

На рис. 3 приведены графики решения, полученные на АВМ типа ЛМУ-1 при $k_{11} > k_{22} > k_{33}$, $S_1(0) < S_2(0) < S_3(0)$, $\bar{C}_1 < \bar{C}_2 < \bar{C}_3$, $k_{ii} \gg k_{ji}$. В момент, когда содержание компонента близко к нулю (е имеет смысл достаточно малой ошибки, связанной с порогом чувствительности метода измерений), происходит срабатывание ОР и запуск следующего интегратора. При этом число компонент в элементе пространства уменьшается на единицу. Условием начала решения одного из уравнений системы (1) для следующего пространственного элемента ($m = 2$) является $C_{im} = 0$, т. е. условие ненасыщенности раствора i -м компонентом. Таковым оказывается наиболее быстро растворимый компонент, а за ним следуют остальные. Таким образом моделируется процесс последовательного перемещения зон полного растворения каждого компонента среды.

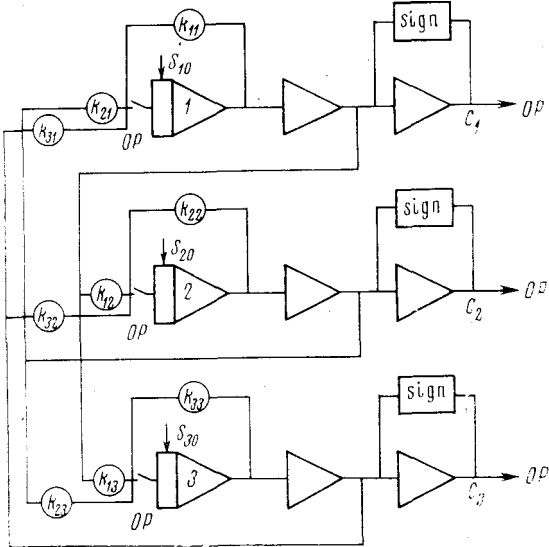


Рис. 2. Схема моделирования пространственного элемента

Из полученного решения также следует, что полное растворение отдельных компонентов в элементарном объеме происходит в различное время. Поэтому в рамках данной модели зарождение фронтов происходит со сдвигом во времени. При уменьшении элементарного объема отрезки времени t_1 , t_2 , t_3 могут стать сколь угодно малыми, оставаясь неравными между собой вследствие различной скорости растворения. Следовательно, при

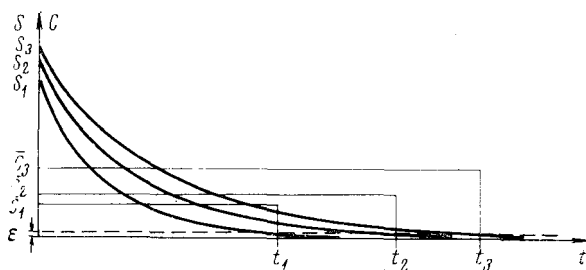


Рис. 3. Графики решения системы дифференциальных уравнений на АВМ

непрерывной фильтрации потока образуется зональность, причем линейное расширение зон будет наблюдаться только в том случае, когда исходное содержание составляющих компонентов в пространстве постоянно.

Важным моментом в рассмотренной модели является то обстоятельство, что форма резких границ будет сохраняться при любой скорости потока. Изменить форму границы могут только другие внешние факторы, связанные, например, с диффузией, теплопередачей или химическими реакциями. В реальном процессе, действительно, при малых скоростях фильтрации влияние диффузионного переноса весьма существенно размывает границы отдельных зон.

В заключение автор выражает благодарность Г. П. Зарайскому за обсуждение вопросов, связанных с постановкой задачи.

Институт экспериментальной минералогии
Академии наук СССР
Черноголовка Московской обл.

Поступило
26 III 1974

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Д. С. Коржинский, Теория метасоматической зональности. «Наука». 1969.
² В. С. Голубев, Геол. рудн. месторожд., т. 12, № 6 (1970). ³ В. Н. Шарапов, В. С. Голубев, Д. В. Калинин, ДАН, т. 191, № 4 (1970). ⁴ К. Берг, Теория графов и ее применение, ИЛ, 1962. ⁵ И. М. Витенберг, Программирование АВМ, 1972.