

УДК 532.516

ГИДРОМЕХАНИКА

И. М. ЯВОРСКАЯ, Ю. Н. БЕЛЯЕВ, А. А. МОНАХОВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ СФЕРИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ КУЭТТА

(Представлено академиком Л. И. Седовым 15 VIII 1974)

1. Течение, возникающее в слое вязкой несжимаемой жидкости между двумя концентрическими сферами, вращающимися около одной оси с различными постоянными угловыми скоростями, естественно называть сферическим течением Куэтта. Три безразмерных параметра характеризуют это течение: число Рейнольдса $Re = \Omega_1 r_1^2 / \nu$, отношения угловых скоростей вращения $\omega = \Omega_2 / \Omega_1$ и радиусов $a = r_2 / r_1$ внешней и внутренней сфер (ν — коэффициент кинематической вязкости, индексы 1 и 2 относятся к внутренней и внешней сферам соответственно).

Течения жидкости в сферических слоях и, в частности, сферическое течение Куэтта представляют несомненный интерес для проблем астро- и геофизики в связи с задачами о различного типа неустойчивостях, возникающих в атмосферах планет, океанах и оболочках звезд.

Сферическое течение Куэтта, несмотря на внешнее сходство с цилиндрическим и плоским течениями Куэтта, значительно сложнее их. Оно, во-первых, не одномерно и состоит как из азимутального, так и меридионального движений; во-вторых, существенно зависит от числа Рейнольдса и, наконец, в-третьих, это течение в замкнутом объеме. Эти отличия от многократно исследованных плоских и цилиндрических течений Пуазейля и Куэтта вызывают не только прикладной, но и чисто научный интерес к изучению устойчивости сферического течения Куэтта.

Имеющиеся работы по устойчивости сферического течения Куэтта охватывают лишь малую область пространства определяющих параметров и результаты их не всегда совпадают. Экспериментально (^{1, 2}) в тонких слоях ($\delta = (r_2 - r_1) / r_1$ от 0,04 до 0,19) при вращении одной только внутренней сферы ($\omega = 0$) была обнаружена потеря устойчивости основного течения, характеризующаяся образованием кольцевых вихрей в экваториальном поясе. Эти вихри качественно похожи на тейлоровские вихри, возникающие при потере устойчивости цилиндрическим течением Куэтта. Была найдена аналогичная формуле Прандтля эмпирическая зависимость критического числа Re_c от толщины слоя δ

$$Re_c \delta^{3/2} = 49,0, \quad (1)$$

т.е. чем тоньше слой, тем он устойчивее.

Однако для толстых слоев $\delta > 0,19$ и $\omega = 0$ обнаружено отсутствие потери устойчивости с ростом числа Re (^{1, 3}).

Теоретически, методом малых возмущений (³), была показана неустойчивость относительно осесимметричных возмущений течений в тонких слоях ($\delta = 0,07$, $\delta = 0,1$) при вращении внутренней сферы. Течение в толстых слоях (⁴) при $\delta = 0,7$, $\delta = 1$ и $\omega = 0$ и в интервале чисел Рейнольдса $0 \leq Re \leq 190$, $0 \leq Re \leq 120$ соответственно оказалось устойчивым.

Исследование устойчивости течений при $\omega = 0$ в толстых слоях ($\delta = 0,733$, $\delta = 0,333$) энергетическим методом (⁵) показало, что наиболее опасны возмущения неосесимметричные с азимутальным волновым числом $n = 1$, характеризующиеся двумя вихрями противоположных циркуляций

вблизи экватора, горизонтальным перетеканием жидкости через полюсы и вертикальным — через экватор.

Картина неустойчивости течения по этим работам представляется весьма непохожей на неустойчивости в аналогичных исследованных задачах ⁽⁶⁻⁹⁾.

2. Для изучения сферического течения Куэтта создана установка больших размеров: радиус внешней сферы $r_2=172\pm 0,5$ мм, внутренней $r_1=112,5\pm 0,5$ мм, т. е. относительная толщина слоя $\delta=0,54$. Внешняя сфера сделана из стекла с металлической сегментовидной крышкой, внутренняя — из дюралюминия. В процессе эксперимента вращалась только внутренняя сфера ($\omega=0$), скорость вращения поддерживалась с точностью до 1%. В качестве рабочей жидкости использовали растворы в бензине масла ВМ-1. Исследование реологических характеристик растворов масла показало, что растворы ведут себя как обычная ньютоновская жидкость, вязкость растворов при $T=20^\circ\text{C}$ менялась в пределах $0,05-0,3$ см²/сек. Для визуализации течения использовали алюминиевую пудру и мелкие пузырьки воздуха, вводимые с помощью иглы и шприца в различные области течения. Добавление алюминиевой пудры не меняло вязкости раствора.

Течение регистрировалось визуально и с помощью макрофотосъемки следов алюминиевой пудры в различных точках течения с одной и той же выдержкой, глубина резкости составляла 0,5 мм. Фотографии позволили восстановить две проекции скорости u_φ и u_z (в цилиндрических координатах) и получить качественную картину течения. Наблюдаемое основное течение качественно хорошо согласовалось с полученным теоретически ^(10, 11) и экспериментально ^(1, 2) до некоторого критического значения числа Рейнольдса $Re_c=1120\pm 50$, значительно превышающего значения критического числа Рейнольдса энергетической теории и интервала исследованных чисел Re линейной теории.

Основное течение состоит из дифференциального вращения около оси и циркуляции против часовой стрелки в меридиональной плоскости. С ростом числа Re меридиональное течение сосредоточивается в приэкваториальной зоне, вихрь циркуляции опускается к экватору, на экваторе образуется пограничный слой, разделяющий жидкость на два симметричных несообщающихся течения.

При $Re>Re_c$ обнаружен новый тип неустойчивости сферического течения Куэтта в пространстве определяющих параметров (δ, Re) , где течение ранее считалось устойчивым ^(1, 2). Наступление неустойчивости сказывается первоначально в появлении квазисинусоидального волнового возмущения, распространяющегося в азимутальном направлении параллельно экватору. Но это, по-видимому, лишь переходный режим, который через 1—2 минуты без дальнейшего увеличения скорости вращения уступает место другому, более сложному неосесимметричному волновому режиму. При многократном повторении эксперимента ни разу не удалось получить установившийся режим синусоидальной формы. Однако невозможность непрерывного плавного переключения угловой скорости в данном эксперименте не позволяет исключить возможность существования квазисинусоидального волнового режима в узком диапазоне чисел $Re>Re_c$.

По-видимому, здесь дело обстоит так же, как и при потере устойчивости течения в пограничном слое, где за пределом устойчивости наблюдаются сносимые потоком нарастающие волны Толмина — Шлихтинга ⁽¹²⁾. Однако, в отличие от пограничного слоя, здесь возмущения не сносятся потоком, а в силу замкнутости течения усиливаются и выходят на стационарный нелинейный режим. Этот окончательный установившийся режим представляет собой периодическое по φ (φ — азимутальная координата) трехмерное волновое течение, состоящее из одинакового числа вихрей в каждой полусфере. Вихри верхней и нижней полусфер смещены один относительно другого. Характерный волновой режим при $Re=1630\pm 80$ и $Re=3000\pm 150$, снятый в отраженном свете, представлен на рис. 1. Вся волно-

вая картина смещается в сторону вращения внутренней сферы с фазовой скоростью

$$\Omega = K(\text{Re}) \Omega_1.$$

График функции $K(\text{Re})$ приводится на рис. 2. При Re , близких к критическим, фазовая скорость составляет $\sim 0,24 \Omega_1$; с ростом числа Re она уменьшается до значения $\sim 0,21 \Omega_1$ при $\text{Re}=2000$ и далее остается практически постоянной (рис. 1, см. вкл. к стр. 1083).

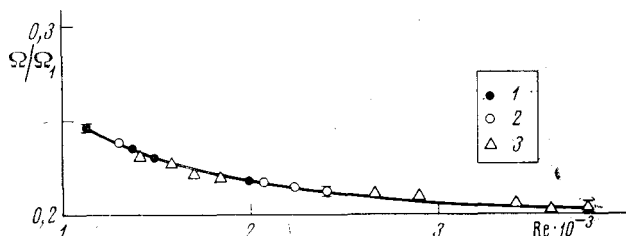


Рис. 2. Фазовая скорость распространения волновой картины как функция числа Рейнольдса. Точки 1 соответствуют пяти-, 2 — четырех-, 3 — трехвихревому режиму

На экваторе пограничный слой принимает форму n -периодической квазисинусоидальной волны, которая составляет одно целое с вихрями верхней и нижней полусфер. Наблюдаемые периодические волновые течения при заданной толщине слоя и $\omega=0$ не определяются однозначно числом Re , а существенно зависят от предыстории процесса. При медленном увеличении угловой скорости за пределом устойчивости наблюдается течение с пятью вихрями, которое с дальнейшим ростом Ω_1 при $\text{Re}_1=2100 \pm 100$ перестраивается в четырехвихревое. При $\text{Re}_2=2400 \pm 120$ происходит еще одна перестройка течения, число вихрей n уменьшается до трех. Такая вихревая картина сохраняется довольно долго и, постепенно размываясь и дробясь, теряет четкие контуры при $\text{Re}_3=3900 \pm 200$.

При обратном процессе — уменьшении угловой скорости вращения Ω_1 — наблюдается другая картина. При уменьшении числа Re от $\text{Re} > \text{Re}_2$ до $\text{Re}_4 \approx 1300$ сохраняется течение с $n=3$. Течение с четырьмя вихрями также может быть получено при $\text{Re} < \text{Re}_1$, если медленно уменьшать угловую скорость от $\text{Re} > \text{Re}_1$ или резко увеличить угловую скорость с докритического значения до значений, существенно больших Re_c , но меньших Re_1 .

Таким образом, при фиксированных внешних параметрах δ , ω и Re в некоторых закритических интервалах значений чисел Re могут наблюдаться два или три различных по форме течения в виде бегущих в азимутальном направлении волн с различным значением n . При этом фазовая скорость распространения волнового режима не зависит от числа вихрей и является, как видно из рис. 2, однозначной и слабо меняющейся функцией числа Re . Значение критического числа Рейнольдса в пределах указанной точности оставалось постоянным независимо от вводимых в течение возмущений и направления процесса изменения скорости.

Структура течения визуализировалась с помощью пузырьков воздуха. На рис. 3 показана типичная последовательность кинокадров, регистрировавших развитие вихря с течением времени.

3. На основании полученных результатов и результатов работ ⁽¹⁻⁵⁾ можно сделать вывод, что нарушение устойчивости сферического течения Куэтта происходит по-разному в тонких и толстых слоях. При вращении только внутренней сферы ($\omega=0$) имеется критическое значение толщины слоя ⁽¹⁾ $\delta_0 \approx 0,19$ (зависящее, по-видимому, в общем случае вращения обеих сфер от величины ω), ниже которого имеет место принцип смены устойчивости и возникающие вторичные течения вблизи предела устойчивости

стационарны и осесимметричны. Механизм неустойчивости при $\delta < \delta_0$ тот же, что и в цилиндрическом течении Куэтта. В толстых слоях при $\delta > \delta_0$ принцип смены устойчивости не имеет места, вторичные течения имеют временную зависимость, подобную волнам типа Россби⁽¹³⁾ и тангенциальным волнам, наблюдавшимся в цилиндрическом течении Куэтта вблизи предела устойчивости при вращении цилиндров в разные стороны и $\omega < -0,76$ ^(8, 9).

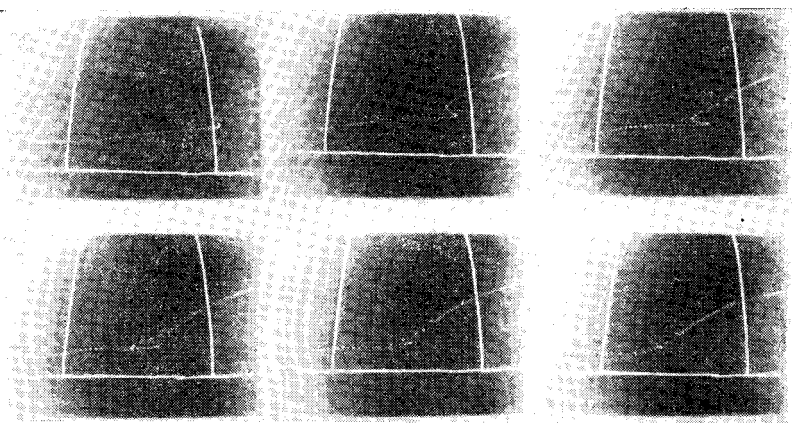


Рис. 3. Последовательные кинокадры, воспроизводящие структуру течения во вторичном волновом режиме. Введение пузырьков осуществлялось в точке с координатами $\theta = 62^\circ \pm 2^\circ$, $r = 128 \pm 0,5$ мм. Угловое расстояние между белыми полосами 30°

Механизм, вызывающий нарушение неустойчивости течения в толстых слоях, по-видимому, существенно отличен от механизма в тонких. Похоже, что сначала возбуждается неустойчивость в пограничном слое. Развитие неустойчивости в экваториальном пограничном слое во вращающейся жидкости может быть средством возбуждения в основном течении невязких инерциальных мод, которые экспериментально наблюдаются в виде вихрей в верхней и нижней полусферах. Однако окончательное заключение о природе неустойчивости в толстых слоях можно будет сделать лишь после количественных измерений поля скоростей в сферическом слое.

Институт космических исследований
Академии наук СССР
Москва

Поступило
12 VIII 1974

Научно-исследовательский институт механики
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ И. М. Сорокин, Г. И. Хлебунин, Г. Ф. Шайдуров, Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 6 (1966). ² Г. И. Хлебунин, Мех. жидкости и газа, № 6 (1968). ³ В. И. Якушин, там же, № 1 (1969). ⁴ В. И. Якушин, там же, № 4 (1970). ⁵ B. R. Munson, D. D. Joseph, J. Fluid Mech., v. 49, № 2 (1971). ⁶ S. Chandrasekhar, Hydrodynamik and Hydromagnetic Stability, Oxford, 1961. ⁷ E. R. Krueger, A. Gross, R. C. DiPrima, J. Fluid Mech., v. 24, № 3 (1966). ⁸ D. Coles, ibid., v. 21, № 9 (1965). ⁹ H. A. Snyder, ibid., v. 35, № 2 (1969). ¹⁰ C. E. Pearson, ibid., v. 28, № 2 (1967). ¹¹ Н. М. Астафьева, Н. Ю. Браиловская, Н. М. Яворская, Мех. жидкости и газа, № 3 (1972). ¹² G. B. Schubauer, H. K. Skramstad, J. Aeronaut. Sci., v. 14, № 2 (1947). ¹³ Дж. Халтинер, Ф. Мартин, Динамическая и физическая метеорология, М., 1960.