

УДК 534:621.824

МЕХАНИКА

А. С. КЕЛЬЗОН, Б. Ф. КЛОЧКОВ

ВЛИЯНИЕ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ УПРУГОГО ПОЛЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ И КОЛЕБАНИЯ РОТОРА

(Представлено академиком Л. И. Седовым 16 XII 1974)

Для снижения виброактивности роторных машин применяют упругие опоры (¹), однако традиционно выполненные упругие опоры (с невращающимися упругими элементами) ограничивают ресурс машины. Действительно, на опоры вертикальных и легких горизонтальных, особенно высокооборотных, роторов действуют силы инерции, вращающиеся вместе с ротором и вызывающие высокочастотную знакопеременную или циклическую загрузку упругих элементов. Установка в этих случаях опор с вращающимися упругими элементами обеспечивает их статическое нагружение (во вращающейся системе). Для обращенных же машин — с неподвижным «ротором» и вращающимся «статором» — обычно конструктивно выполнимы лишь вращающиеся упругие опоры. Кроме того выявление области применимости опор с вращающимися упругими элементами само по себе представляет интерес.

Рассмотрим в связи с этим движение вертикального ротора, состоящего из безмассового вала с коэффициентом жесткости s с одним диском массой m и с неуравновешенностью E , закрепленным в середине вала без перекоса. Вал установлен в двух безмассовых опорах с коэффициентом жесткости c_0 каждая либо с невращающимися (схема 1), либо с вращающимися вместе с ротором упругими элементами (схема 2). Сила внешнего демпфирования принята пропорциональной скорости центра диска с коэффициентом k . Силы неупругого сопротивления при деформациях считаются также линейными с одинаковым для вала и упругих элементов опор коэффициентом h . В неподвижной системе координат xOy координаты центра диска $z = x + iy$, а координаты центров опор $z_0 = x_0 + iy_0$, где $i^2 = -1$.

Уравнения движения ротора имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}'' + \delta \dot{\xi}' + \kappa (\xi' - \xi_0') + (1 + i\beta\kappa) (\xi - \xi_0) &= \beta^2 \exp(i\beta\tau), \\ \kappa (\xi' - \xi_0') + (1 + i\beta\kappa) (\xi - \xi_0) - 2\kappa \xi_0' - 2(1/\alpha - N i\beta\kappa) \xi_0 &= 0, \end{aligned}$$

где

$$N = \begin{cases} 0 & \text{для схемы 1,} \\ 1 & \text{для схемы 2;} \end{cases}$$

$\omega_0 = (c/m)^{1/2}$ — критическая скорость вала на жестких опорах, $\alpha = c/c_0$ — относительная податливость опоры, $\beta = \omega/\omega_0$ — постоянная безразмерная скорость вращения, $\delta = k/(m\omega_0)$ — относительный коэффициент внешнего демпфирования, $\kappa = h/(m\omega_0)$, безразмерный коэффициент неупругого сопротивления, $\xi = z/E$, $\xi_0 = z_0/E$ — относительные координаты, $\tau = \omega_0 t$ — безразмерное время; производные по τ обозначены штрихами.

Отметим, что уравнения движения схемы 1 отличаются от соответствующих уравнений в ⁽²⁾ наличием силы внешнего демпфирования $\delta \dot{z}'$. В работе ⁽²⁾ внешним трением являлось неупругое сопротивление при деформациях опор, что для схемы 1 вполне допустимо. Однако очевидно, что в схеме 2 неупругое сопротивление в опорах является внутренним. Для сопоставления влияния внешнего демпфирования на движение обеих схем и введена сила $k\dot{z}$.

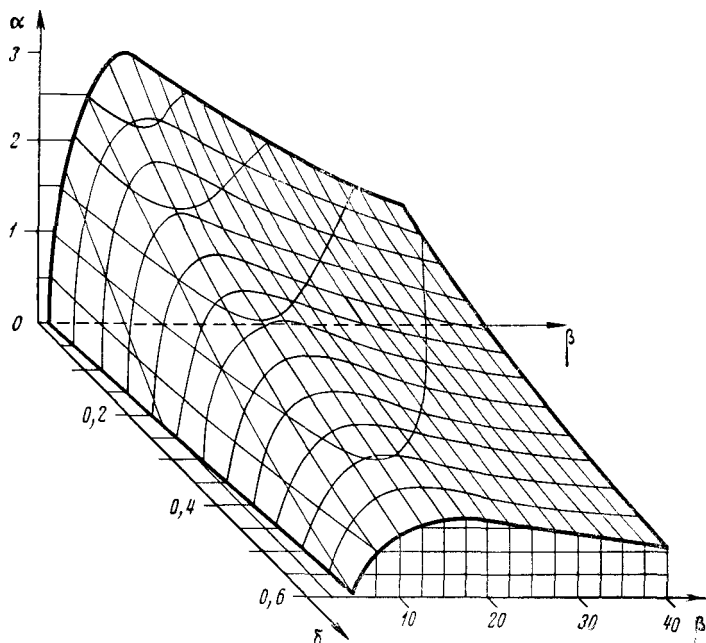


Рис. 1

Исследование устойчивости движения обеих схем проведено методом D-разбиений ⁽³⁾. Значения комплексно-сопряженных частот, с которыми происходит потеря устойчивости в схеме 1, определяются выражением

$$p_{1,2}^2 = [-f \pm (f^2 + dg)^{1/2}] / d,$$

а уравнения границ устойчивости имеют вид

$$\beta_{1,2} = (ap_{1,2}^2 - 2/\alpha) / (bp_{1,2}),$$

где

$$a = 1 + 2/\alpha + 3\kappa + 2\kappa^2,$$

$$b = \kappa + 2\kappa^2,$$

$$c = \kappa + (\kappa + \delta)(\alpha + 2)/\alpha,$$

$$d = \kappa(3b - a)$$

$$f = \kappa(1 + a)/\alpha - bc/2,$$

$$g = 4\kappa/\alpha^2.$$

Для второй схемы метод D-разбиений приводит к системе нелинейных алгебраических уравнений, из которой не удастся получить уравнения границ и выражения для частот в явном виде. Поэтому устойчивость схемы 2 исследована численно с привлечением прямого метода Данилевского ⁽⁴⁾. Полное совпадение результатов таких же вычислений, проведенных для схемы 1, с приведенными выше результатами аналитического исследования подтверждает правильность последних.

На рис. 1 и 2 показаны граничные поверхности устойчивости первой и второй схем соответственно в пространстве параметров α , β и δ при значении $\kappa=0,16$ (внутри изображенного на рис. 1 объема движение неустойчиво, а внутри объема на рис. 2 — устойчиво).

Прежде всего отметим, что если в схеме 1 с увеличением податливости опор α область устойчивости расширяется, то в схеме 2 эта зависимость обратная, что объясняется влиянием неупругого сопротивления в опорах,

являющегося для первой схемы внешним, а для второй — внутренним.

Важным результатом является возможность обеспечения устойчивой работы машины, спроектированных по схеме 1, во всем диапазоне скоростей без специальных мер по демпфированию (при естественном демпфировании). Так, для рассмотренного в качестве примера случая $\kappa=0,16$ неограниченная устойчивость достигается при жесткости каждой опоры, примерно равной половине жесткости вала ($\alpha \approx 2$, см. рис. 1).

Заметим в связи с этим, что устойчивость этой схемы исследовалась в ⁽²⁾ без учета внешнего демпфирования ($k=0$), а в ⁽⁵⁾ с учетом последнего ($k \neq 0$), причем в обеих работах сделан вывод о существовании границы устойчивости схемы 1 при любых значениях α . Однако,

как видно из рис. 1, при всех значениях $\delta = k(ct)^{-1/2}$ имеется и вторая граница, на которой происходит переход от неустойчивости к устойчивости при увеличении β , причем обе границы существуют только при малых значениях α . Таким образом, вывод о наличии второй границы устойчивости дополняет результаты, полученные в ⁽²⁾ и ⁽⁵⁾, и теперь становятся легко объяснимыми факты устойчивой работы роторов на высоких критических скоростях. Например, в ⁽⁶⁾ описано устойчивое вращение ротора, установленного по схеме 1 при $\alpha \approx 15$, в диапазоне скоростей $0 \leq \beta \leq 22\beta^*$, где критическая скорость ротора без учета демпфирования $\beta^* = [2/(\alpha+2)]^{1/2}$.

С увеличением внешнего демпфирования границы устойчивости и в схеме 2, и, если они существуют, в схеме 1 примерно линейно отодвигаются в сторону больших скоростей при всех значениях α . Влияние на ширину области устойчивости внутреннего трения нет необходимости исследовать, так как из структуры уравнений движения следует, что изменение коэффициента h в n раз равносильно для обеих схем увеличению податливости опор в n^2 раз с одновременным уменьшением всех частот и коэффициента внешнего демпфирования в n раз.

Граница устойчивости схемы 2 при отсутствии внешнего демпфирования совпадает с графиком $\beta^* = \beta^*(\alpha)$ (см. плоскость $\delta=0$ на рис. 2). Как видно из рис. 2, ширина диапазона устойчивости схемы 2 при естественном демпфировании в среднем равна удвоенной критической скорости.

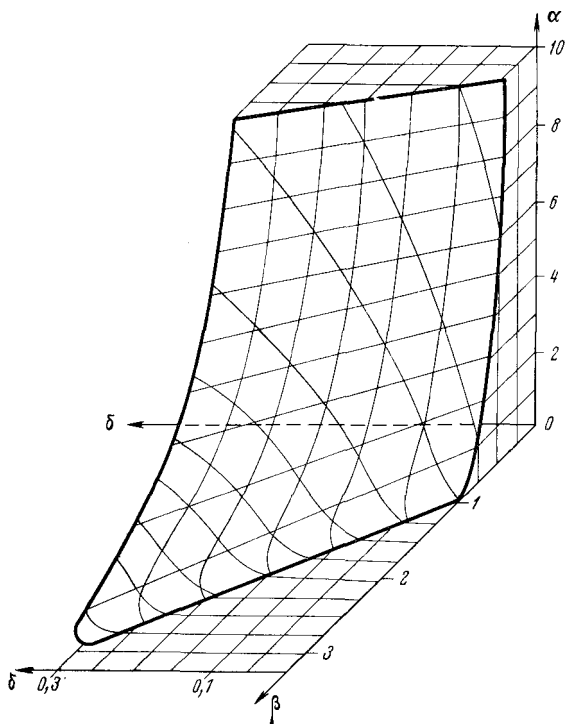


Рис. 2

Признаком потери устойчивости движения в схеме 1 на первой границе является возникновение колебаний с частотами $\pm p_1$, причем $|p_1| \approx \beta^*$ (их небольшое несовпадение объясняется влиянием демпфирования). Восстановление устойчивости на второй границе происходит с частотами $\pm p_2$, которые не имеют простой связи ни с β^* , ни со значением скорости вращения на второй границе. Во второй же схеме частоты неустойчивых колебаний на границе устойчивости являются комплексно-сопряженными лишь во вращающейся системе координат. В неподвижной системе им соответствуют частоты $p' = \beta - p_0$ и $p'' = \beta + p_0$, где $\pm p_0$ — частоты во вращающейся системе. При любых значениях параметров $p' = \beta^*$. Таким образом, во всех случаях потеря устойчивости происходит по форме прямой несинхронной прецессии с указанными выше частотами.

Анализ амплитудно-частотных характеристик перемещений центров диска и опор при вынужденных колебаниях показывает, что при любых значениях параметров амплитуда перемещения центра диска в схеме 2 в среднем на 50% больше, чем в схеме 1.

Динамическая реакция в опоре, являющаяся (без учета масс опор) одновременно половиной передаваемой на фундамент силы, определяется для схемы 1 выражением $R = \kappa \xi_0' + \xi_0 / \alpha$, а для схемы 2 значением $R = \kappa (\xi_0' - i\beta \xi_0) + \xi_0 / \alpha$, которые преобразуются к виду $R = r \exp[i(\beta\tau + \psi)]$, где r — действительная амплитуда силы. Амплитудно-частотные характеристики опорных реакций подобны характеристикам перемещений: как правило, амплитуды в схеме 2 больше, чем в схеме 1. Однако с увеличением податливости опор эта разница уменьшается. Например, при $\kappa = 0,16$, $\alpha = 10$ и $\delta = 0,2$ на границе устойчивости второй схемы ($\beta = 0,8$) амплитуды сил в обеих схемах одинаковы.

Итак, с позиции устойчивости движения и вынужденных колебаний предпочтительно применение опор с невращающимся упругим полем. В случае необходимости можно применять опоры с вращающимся полем, так как и они обеспечивают достаточно широкий диапазон устойчивой работы и приемлемый уровень амплитуд колебаний.

Разработанные в последнее время конструкции упругих малогабаритных опор, например, (⁷⁻⁹), позволяют выбрать рациональную динамическую схему.

Ленинградское высшее инженерное
морское училище
им. С. О. Макарова

Поступила
16 XII 1974

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. С. Кельзон, ДАН, т. 140, № 1 (1956). ² А. Тондл, Динамика роторов турбогенераторов, Л., «Энергия», 1971. ³ Д. Р. Меркин, Введение в теорию устойчивости движения, «Наука», 1971. ⁴ Б. П. Демидович, И. А. Марон, Основы вычислительной математики, М., Гос. изд. физ.-мат. литературы, 1960. ⁵ Ф. М. Диминтберг, Изгибные колебания вращающихся валов, М., Изд. АН СССР, 1959. ⁶ Н. И. Алексеева, А. П. Зобнин, А. С. Кельзон, ДАН, т. 205, № 1, 44 (1972). ⁷ А. С. Кельзон, В. М. Луцкий, Ю. П. Циманский, Авторское свидетельство № 314009. Открытия, изобретения, промышленные образцы и товарные знаки, № 27 (1971). ⁸ А. С. Кельзон, В. И. Прядилов, Э. Е. Богорад, Авторское свидетельство № 224965. Открытия, изобретения, промышленные образцы и товарные знаки, № 26 (1968). ⁹ А. С. Кельзон, В. И. Прядилов, Авторское свидетельство № 182968. Открытия, изобретения, промышленные образцы и товарные знаки, № 12 (1966).