

УДК 550.383; 523.038

ГЕОФИЗИКА

С. А. ГРИБ

ОТРАЖЕНИЕ ВОЛНЫ РАЗРЕЖЕНИЯ ОТ МАГНИТОСФЕРЫ ЗЕМЛИ

(Представлено академиком М. А. Садовским 14 III 1975)

Как показано в ^(1, 2), при взаимодействии типичных ударных волн солнечного ветра с системой «головная ударная волна — магнитосфера» в результате вторичных взаимодействий образуются волны разрежения, которые уменьшают давление потока на магнитосферу. Вторичные взаимодействия включают в себя взаимодействие волн, отраженных от магнитосферы, с тылом головной ударной волны и последующее их воздействие на магнитосферу.

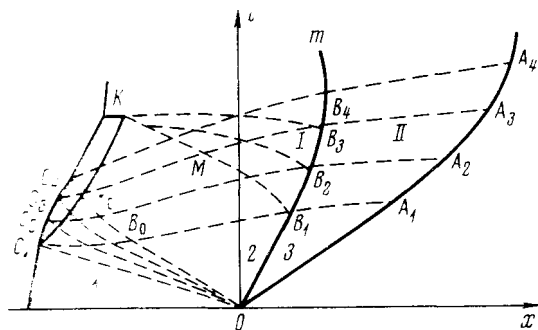


Рис. 1. Схема отражения волны разрежения от магнитопаузы в координатах (x, t) . $C_1, \dots, C_4$ — путь головного фронта, $B_1, \dots, B_4$ — магнитопаузы m , $A_1, \dots, A_4$ — путь преломленной ударной волны. $C_1 K_0$ — траектория частицы, вышедшей из точки C_1 , пунктир соответствует характеристикам

На основе приближенного решения дифференциальных уравнений магнитной гидродинамики рассмотрим отражение магнитогидродинамической волны разрежения от магнитопаузы и найдем закон движения этой границы. Требуется определить магнитогидродинамические элементы в области, ограниченной характеристикой второго семейства $B_1 K$, принадлежащей течению Римана, и поверхностью стационарного разрыва $B_1, \dots, B_4$, за которой также

осуществляется римановское течение (рис. 1). Эта задача сводится к интегрированию нелинейной системы дифференциальных уравнений, нахождению решения, зависящего от двух произвольных функций, и последующему определению этих функций из краевых условий.

Для получения общего приближенного решения системы уравнений будем использовать идеи С. А. Чаплыгина, Л. И. Седова и С. А. Христиановича о выборе такой аппроксимации политропы, чтобы это решение имело наиболее простой вид, удобный для решения краевых задач.

Исходя из уравнений неразрывности в переменных Эйлера x, t можно сделать вывод о существовании функции $h(a)$ такой, что

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \rho, \quad \frac{\partial h}{\partial t} = -\rho U, \quad h = \int_{a_0}^a \rho_0(a') da',$$

где a — координата Лагранжа, ρ — плотность, U — скорость, a' — переменная интегрирования (функция h использована также в ⁽³⁾); при этом рассматриваем поперечное магнитное поле. Тогда на характеристиках имеем

$$\frac{dx}{dt} = U \pm c, \quad dh = \pm \rho c dt, \quad U + v = 2\xi, \quad U - v = 2\eta, \quad (1)$$

где

$$v = \int \frac{c}{\rho} d\rho, \quad c = \sqrt{\frac{d\bar{p}}{d\rho}},$$

$\bar{p} = p + B^2/2$ — полное давление, B — индукция.

Уравнения (1) можно рассматривать как приведенную к каноническому виду систему уравнений МГД; ее можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial h}{\partial \eta} = \rho c \frac{\partial t}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial h}{\partial \xi} = -\rho c \frac{\partial t}{\partial \xi}, \quad \xi + \eta = U, \quad \xi - \eta = v = \int \frac{c}{\rho} d\rho. \quad (2)$$

Полученные уравнения линейные, интегрировать их можно методом последовательных приближений. Однако при этом решения неудовлетворительны с точки зрения вычислений: общий интеграл не может быть выражен элементарным образом через произвольные функции. Но приближенно можно найти интеграл уравнений (2) в явном виде.

Пусть импеданс $\rho c = \chi(v) = M_0(v + c_0)^{2n}$, где M_0 , c_0 , n — постоянные, определяемые из условия наилучшего приближения к заданной зависимости $\bar{p} = \bar{p}(\rho)$, n целое. Тогда, исключая из (2) h , получим

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{n}{\xi - \eta + c_0} \left(\frac{\partial t}{\partial \eta} - \frac{\partial t}{\partial \xi} \right) = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) — это уравнение Эйлера — Дарбу, которое интегрируется в конечном виде. При $n=1$

$$t = \frac{F_1(\xi) + F_2(\eta)}{\xi - \eta}; \quad (4)$$

при $n > 1$ вид решения становится неудобным для решения краевых задач. Уравнение политропы при этом в общем виде принимает форму $\bar{p} - \bar{p}_0 = A(\rho - \rho_0)^{(2n+1)/(2n-1)}$, где A , ρ_0 , $\bar{p}_0$ — произвольные постоянные. В случае $n=1$ получаем среду, аналогичную газу Ландау — Станюковича ⁽³⁾: $\bar{p} = \bar{p}_0 + A(\rho - \rho_0)^3$. Эта аппроксимация дает хорошее приближение для уравнений состояния вида $\bar{p}(\rho) = A\rho^3$, при $1 \leq \gamma \leq 5/3$ ⁽⁴⁾ и $\gamma = 2$ ⁽⁵⁾, где γ — показатель политропы.

Рассмотрим отражение прямой волны разрежения от стационарного разрыва в том случае, когда преломленная волна есть также прямая простая волна (рис. 1). Будем считать падающую простую волну известной ⁽¹⁾. В таком случае на характеристике B_1M , вдоль которой отраженная от стационарного разрыва m (магнитопаузы) волна сопрягается с падающей волной, известны $t=t_1(\xi)$, $x=x_1(\xi)$ при $\eta=\eta_1=\eta|_{B_1}$. Линия C_1K представляет при этом линию, отделяющую изэнтропическое течение от течения с переменной энтропией. Линия $C_1, \dots, C_i$ — путь головной ударной волны, $A_1, \dots, A_i$ — преломленной ударной волны. Решение уравнений МГД в простейшем случае аппроксимации $\bar{p} = a_{1,3}\rho^3 + a_{2,4}$ ($a_{1,2}$ — в переходном слое, $a_{3,4}$ — внутри магнитосферы) можно записать в виде ⁽³⁾

$$x = (U+c)t + F_3(U+c), \quad (5)$$

$$x = (U-c)t + F_4(U-c).$$

Этим решением описывается область $C_1B_0K_0$ и отраженная от магнитосферы волна; при этом определяется закон движения точки B_i , принадлежащей магнитопаузе (рис. 1).

При $\gamma=3$ характеристика C_1B_0 — прямая. Вдоль нее течение автомодельное: $x = (U-c)t$, поэтому $F_4(U-c) = 0$ в $C_1B_0K_0$. $F_3(U+c)$ определяем по данным на C_1K_0 . Магнитогазодинамические элементы в изэнтропической области $C_1K_0C_4$ находятся численным методом характеристик. В области $C_1B_0K_0$ энтропия постоянна, и течение в этой обла-

сти есть наложение двух римановских волн, характеристики которых не искривляются. Вдоль C_1K_0

$$x - x_{c_1} = U_{c_1}(t - t_{c_1})(1 + \Delta U/U_{c_1}), \quad \Delta U/U_{c_1} \ll 1.$$

Решение (5) при $F_3 = 0$ дает $2x = 2Ut + F_3(U + c)$. Вдоль C_1K_0 :

$$2x_{c_1} + 2U_{c_1}t - 2U_{c_1}t_{c_1} \approx 2U_{c_1}t + F_3,$$

т. е.

$$F_3(U + c) \approx 2x_{c_1} - 2U_{c_1}t_{c_1} = -2L = \text{const.}$$

И в области $C_1B_3K_0$

$$U = (x + L)/t, \quad c = L/t, \quad (p - a_2)/(p_1 - a_2) = (L/c_1t)^3.$$

Для римановского течения $B_0B_1MK_0$ $x = (U + c)t - 2L$, $U - c = U_2 - c_2$ и

$$c = (x + 2L)/2t - 1/2(U_2 - c_2). \quad (6)$$

Фронт этой волны встречает стационарный разрыв в точке $t_{B_1} = t_2 = 2L/c_2$, $x_{B_1} = x_2 = U_2t_2$, где $L = U_{c_1}t_{c_1} - x_{c_1}$. Прямая простая волна догонит разрыв, произойдет отражение ее преломление в магнитосфере. Реше-

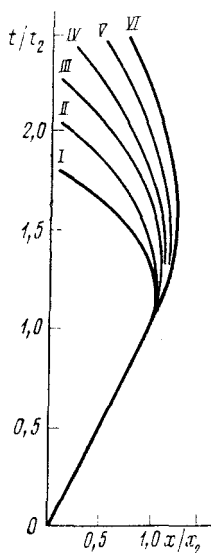


Рис. 2

Рис. 2. Графическое представление закона движения магнитопаузы в безразмерных координатах $(x/x_2, t/t_2)$. Кривая I соответствует скорости $U_2 = U_3 = 22$ км/сек, VI — 72 км/сек, шаг — 10 км/сек, t_2 — время поджата магнитосферы (3–5 мин. ⁽²⁾)

Рис. 3. Быстроходная запись изменения геомагнитного поля H во время SSC 15–16 II 1967 г. на обсерваториях Сан-Жуан (а) и Гуам (б)

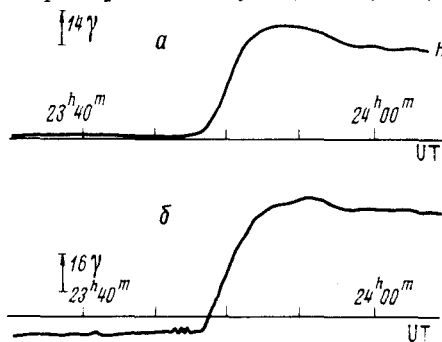


Рис. 3

ние в области отражения имеет вид (5) при $F_3 = -2L$. Запишем теперь условие на магнитопаузе, имея в виду, что в магнитосферу преломилась простая волна и $a_2 = a_4$:

$$\frac{dx}{dt} = U, \quad \frac{p - a_2}{p_2 - a_2} = \left(\frac{c}{c_2} \right)_I = \left(\frac{c}{c_3} \right)_{II},$$

$$U - (c)_{II} = U_3 - c_3, \quad U = U_3 + c_3 \left[\left(\frac{c}{c_2} \right) - 1 \right]. \quad (7)$$

Тогда в области отражения имеем

$$dx = (U + c)dt + td(U + c) = Udt,$$

$$dU = \frac{c_3}{c_2} dc, \quad c = c_2 \left(\frac{t_2}{t} \right)^{c_2/(c_2 + c_3)}.$$

Подставляя это выражение в (7) вместо C_1 и интегрируя, получим уравнение движения подсолнечной точки магнитосферы (рис. 2)

$$x = (U_3 - c_3)t + (c_3 + c_2)t \left(\frac{t_2}{t} \right)^{c_2/(c_2+c_3)} - c_2 t_2. \quad (8)$$

При $t = t_* = t_2(1 - U_2/c_3)^{-(c_2+c_3)/c_2}$ имеем $U = 0$. Далее определяем F_4 , входящее в решение:

$$F_4(U - c) = 2L \left[2 \left(\frac{U - c + c_3 - U_3}{c_3 - c_2} \right)^{-c_2/c_2} - 1 \right]. \quad (9)$$

Если учитывать разрыв показателя политропы γ при переходе через магнитопаузу ($\gamma = 5/3$ — в переходном слое, $\gamma = 2$ внутри магнитосферы), вывод закона движения подсолнечной точки значительно усложнится. Тогда, пользуясь (4), результатами (5) и условием непрерывности полного давления и нормальной скорости на магнитопаузе, приходим к линейному дифференциальному уравнению, решение которого дает выражение для $F_2(\eta)$:

$$F_2(\eta) = \exp \left[- \int_{\eta_1}^{\eta} P(\eta) d\eta \right] \left\{ F_2(\eta_1) + \int_{\eta_1}^{\eta} \left[-P(\eta) F_1 \left(\frac{\eta - b}{a_k} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{a_k} F_1' \left(\frac{\eta - b}{a_k} \right) \right] \exp \left[\int_{\eta_1}^{\eta} P(\eta) d\eta \right] d\eta \right\},$$

$$F_1 \left(\frac{\eta - b}{a_k} \right) = \left(\frac{\eta - b}{a_k} - \eta_1 \right) t_1 - F_2(\eta_1), \quad P(\eta) = \frac{a_k + 1}{\eta - a_k \eta - b},$$

$t_1(\xi)$, η_1 известны для заданной падающей волны $\left(\xi = \frac{\eta - b}{a_k} \right)$, a_k , b постоянные.

Далее можно найти закон движения подсолнечной точки магнитопаузы. Как показали численные расчеты, ход кривых, представленных на рис. 2, лишь незначительно меняется. Поэтому представляется более целесообразным использовать закон движения в виде (8).

Вид кривой, изображающей закон движения подсолнечной точки магнитосферы, качественно согласуется с конфигурацией типичной быстрой магнитогранулы во время внезапного начала геомагнитной бури SSC (рис. 3) (6) и с записью SSC в хвосте магнитосферы (7).

Отметим также, что волна разрежения, отражение которой здесь рассматривалось, отражается от магнитосферы в виде волны сжатия. При этом волна сжатия, направленная от магнитопаузы к Солнцу (к тылу головной волны), имеет тенденцию к образованию ударной волны, роль которой — возвращение головной волны к стационарному положению.

Рассмотрение вторичных взаимодействий в переходном слое перед магнитопаузой проясняет природу физических процессов, приводящих к началу глобального возмущения магнитосферы Земли.

Ленинградское отделение Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн Академии наук СССР

Поступило
6 III 1975

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ С. А. Гриб, Докл. АН БССР, т. 16, № 6, 493 (1972). ² Б. Е. Брюнелли, С. А. Гриб. Сб.: Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца, в. 23, 1972, стр. 369. ³ К. П. Станюкович, Неуставившееся движение сплошной среды, М., 1971. ⁴ Ф. А. Баум, С. А. Каплан, К. П. Станюкович, Введение в космическую газодинамику, М., 1958. ⁵ Г. А. Домбровский, Сб.: Современные вопросы гидродинамики, Киев, 1967. ⁶ С. А. Гриб, Геомагнетизм и аэронаука, т. 13, № 5, 788 (1973). ⁷ M. Sugiura, T. L. Skillman et al., J. Geoph. Res., v. 73, 6699 (1968).