

Т. Г. РАУТИАН

О СТАТИСТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

(Представлено академиком М. А. Садовским 3 VII 1975)

Во многих задачах по исследованию сейсмических волн используется метод частотно-временных полей (ЧВП), описывающий распределение интенсивности колебаний по частотам и во времени вдоль записи. Такое описание делают детально для отдельных волн ⁽¹⁾, более обобщенно — для участков наибольшей интенсивности колебаний или даже для всей сейсмограммы в целом ⁽²⁾. Редукция сейсмограммы к ЧВП позволяет отвлечься от подробностей, не существенных в конкретной задаче, облегчает совместную обработку и обобщение данных многих землетрясений.

Обычная техника получения ЧВП состоит в следующем. Сейсмические колебания, пропущенные через систему полосовых фильтров ⁽³⁾, подразделяются на временные интервалы Δt ; внутри каждого из них измеряется максимальная амплитуда и соответствующий ей момент времени t . Значение частоты обычно принимается равным центральной частоте фильтра f_k . Совокупность значений максимальных амплитуд $A(t, f_k)$ рассматривается как приближенное описание ЧВП в дискретном виде; графически оно может быть представлено как семейство изолиний на плоскости t, f или как совокупность сечений вдоль оси времени (семейство огибающих), или вдоль оси частот (семейство мгновенных спектров).

Квазигармонические колебания внутри огибающих записи каждым из фильтров мы рассматриваем как частотное наполнение для ЧВП. Эти колебания играют роль несущего процесса, по отношению к которому ЧВП является двумерной модулирующей функцией. Частотное наполнение и является предметом исследования в настоящей работе. Мы рассмотрели некоторые из статистических свойств квазигармонических колебаний на записях ЧИСС и применение этих свойств в ряде задач, связанных с частотно-временным анализом и синтезом сейсмограмм.

Были проанализированы записи близких землетрясений полуоктавными фильтрами ЧИСС с центральными частотами 1,5; 2,7; 4,5; 11 гц на участках записи, в пределах которых колебания можно было считать стационарными. На основе сплошного промера амплитуд экстремумов A вычислялись средние значения $A_{\text{ср}}$ для данного участка записи и вычислялись нормированные к этому среднему значения амплитуд $x = A/A_{\text{ср}}$.

Гистограммы величин x оказываются одинаковыми независимо от того, какое число n циклов колебаний содержалось в отрезках записи Δt , или от того, для которой из частот f_k проводился анализ (рис. 1). Гистограммы хорошо аппроксимируются выражением

$$P(x)dx = 3,15x^2e^{-1,25x^2}dx, \quad (1)$$

которое отвечает распределению Максвелла

$$P(v)dv = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{v}{\sigma} \right) e^{-1/2(v/\sigma)^2} \frac{dv}{\sigma}. \quad (2)$$

Выражение (1) получается из (2), если перейти от v/σ к $x = v/v_{\text{ср}}$, учитывая, что теоретическое значение $v_{\text{ср}}/\sigma$ для распределения Максвелла равно 1,58. На рис. 1 сводная гистограмма совмещена с теоретической кривой максвеллова распределения. Их очень хорошее совпадение позво-

ляет считать надежной идентификацию экспериментального распределения законом Максвелла.

Выше мы определили ЧВП через максимальные амплитуды. Вместе с тем, очевидно, более физической является текущая средняя амплитуда, связанная с мощностью процесса в соответствующем частотно-временном интервале.

Обозначим величину отношения максимальной и средней амплитуд $A_m/A_{cp}=x_m$ через y и получим выражение для распределения $P_n(y)$. Из теории вероятностей известно, что распределение максимальных значений $y=x_m$ в выборке из N реализаций случайной величины x можно вычислить, если известно распределение $P(x)$:

$$P_N(y) = \frac{d}{dy} \left[\int_0^y P(x) dx \right]^N. \quad (3)$$

В нашем случае N — число экстремумов, равное $2n$, где n — число циклов колебаний.

Вычисленные для нескольких значений n распределения $P_n(y)$ хорошо согласуются с соответствующими экспериментальными гистограммами (см. пример на рис. 2). Средняя зависимость $y(n)$ хорошо аппроксимируется эмпирической корреляционной формулой

$$\lg y = 0,27 \lg n. \quad (4)$$

Таким образом, можно оценивать средние амплитуды в интервале записи по выборочным измерениям максимальных амплитуд, используя (4), а распределения, вычисленные для нескольких значений n , дают представление о погрешностях таких оценок.

Из (5) вытекают и некоторые другие методические следствия, которые следует иметь в виду при интерпретации ЧВП, полученных по максимальным амплитудам. Так, при изучении огибающих хвостовой части сейсмограммы — коды, измерения максимальных амплитуд делают в участках записи неодинаковой длины: при переходе к более поздним частям сейсмограммы длину участков несколько увеличивают. Пусть, например, $\Delta t = ct$. Соответственно возрастает и число циклов колебаний: $n = f \Delta t = ctf$. Очевидно, при этом величина y тоже будет возрастать по мере перехода к большим t : $\lg y = 0,27 \lg t + \text{const}$.

Такие же соображения следует иметь в виду при анализе ЧИСС-спектров. Если при получении ЧИСС-спектра использовались максимальные амплитуды колебаний в интервале записи Δt , одинаковом на всех фильтрах, то число циклов колебаний внутри этого фиксированного Δt возрастает пропорционально частотам $n_k = f_k \Delta t$. Поэтому спектр максимальных амплитуд будет несколько деформирован по сравнению со спектром средних амплитуд в том же участке записи. А именно, логарифм отношения этих спектров возрастает с частотой: $\lg y(f) = 0,27 (\lg f + \lg \Delta t)$.

Статистическая структура сейсмических колебаний на записях полосовыми фильтрами может представлять интерес для инженерной сейсмологии

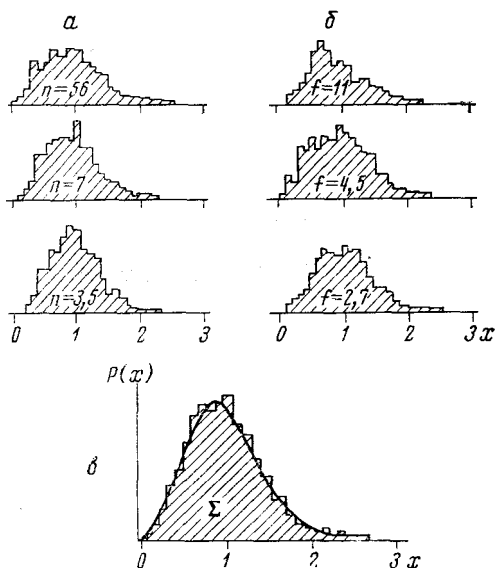


Рис. 1. Гистограммы величины $x = A/A_{cp}$ для нескольких отрезков ЧИСС-записей, различающихся числом циклов n при фиксированной частоте $f_k = 4,5$ гц (а) и при постоянном $n = 14$, но для различных частот f_k (б). в — сравнение сводной экспериментальной гистограммы с кривой распределения Максвелла

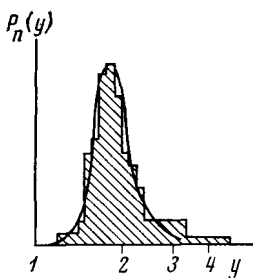


Рис. 2. Сравнение экспериментальной гистограммы величины $y = A_M/A_{cp}$ с теоретическим распределением (3), $n=14$

в задаче построения синтетических сейсмограмм.

Пусть путем обобщения экспериментальных данных и на основе некоторых допущений построено ЧВП, прогнозирующее частотно-временные свойства возможного сильного землетрясения заданной магнитуды на заданном расстоянии; нужно получить сейсмограмму, соответствующую этому ЧВП. Возможный путь решения задачи состоит в синтезировании нескольких частотно-полосовых сейсмограмм в нужном диапазоне частот с последующим их суммированием. Сечения ЧВП вдоль оси времени (оглабляющие) $A_M(t, f_k)$ будем рассматривать как модулирующие функции. В качестве несущего процесса при этом должны быть использованы стационарные квазигармонические процессы $u(t, f_k)$ с единичной средней амплитудой для соответствующих средних частот f_k , обладающие описанными выше статистическими свойствами.

Учитывая величины Δt , которые использованы при построении ЧВП, и соответствующие им $n(t, f_k)$ и $y_n(t, f_k)$, получаем следующее выражение для частотно-полосовой сейсмограммы $F(t, f_k)$:

$$F(t, f_k) = \frac{A_M(t, f_k)}{y_n(t, f_k)} u(t, f_k). \quad (5)$$

Суперпозиция нескольких $F(t, f_k)$ для заданного набора частот f_k есть широкополосная синтетическая сейсмограмма в нужном частотном диапа-

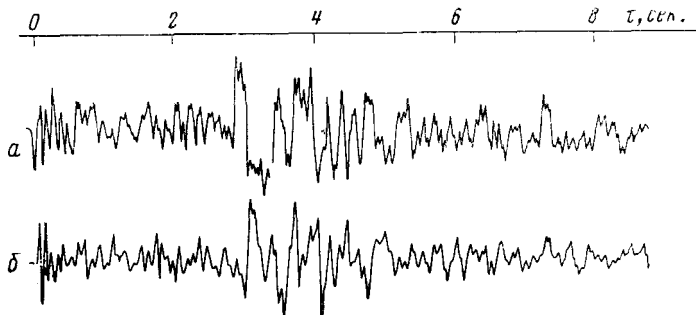


Рис. 3. Пример реальной записи землетрясения (б) и синтетической сейсмограммы (а), вычисленной по ЧВП реальной записи с шагом $\Delta t=0,5$ сек.

зоне. Она эквивалентна определенному типу записей землетрясений в том смысле, что имеет одинаковые с ними ЧВП и одинаковые статистические свойства колебаний. На рис. 3а приводится пример синтетической сейсмограммы. ЧВП этой сейсмограммы получено путем полосового анализа записи реального землетрясения — прототипа (рис. 3б) с шагом $\Delta t=0,5$ сек. Обе записи в основных чертах очень похожи. Это подтверждает возможность построения сейсмических воздействий по обобщенным ЧВП.

Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта
Академии наук СССР
Москва

Поступило
30 VI 1975

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ К. К. Запольский, ДАН, т. 210, № 6 (1973). ² В. Л. Голубятников, М. М. Никитина и др., Сб.: Сейсмостойкость плотин, в. 3, Душанбе, 1975. ³ К. К. Запольский, Сб.: Экспериментальная сейсмология, М., «Наука», 1971.