

А. Л. БУНИЧ, Н. С. РАЙБМАН

ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ ДИСПЕРСИОННЫМИ МЕТОДАМИ

(Представлено академиком В. А. Трапезниковым 14 II 1975)

Рассматривается задача идентификации нелинейных объектов управления по критерию минимума среднеквадратической ошибки методом дисперсионных функций. При этом класс моделей, в отличие от известных методов параметрической идентификации, не фиксируется заранее, а выбирается в зависимости от структуры объекта и структуры входного сигнала. В работе выведено дисперсионное уравнение и дается алгоритм синтеза нелинейного оператора модели объекта, оптимальной в смысле указанного критерия. Показано, что для широкого класса объектов управления, этот метод приводит к меньшей среднеквадратической ошибке, чем метод линеаризации, основанный на корреляционной теории случайных функций.

Пусть $x(t)$ и $y(t)$ — случайные процессы соответственно на входе и на выходе объекта, причем $x(t)$ — стационарный марковский процесс. Требуется по наблюдению входного сигнала на интервале $(-\infty, t)$ получить оценку отклика $\hat{y}_{t+\tau}$, где постоянная $\tau > 0$ — время экстраполяции.

Согласно определению, взаимная дисперсионная функция процессов $y(t)$ и $x(t)$ равна ^(1, 2)

$$\theta_{yx}(s) = \text{cov}\{y_{t+\tau} - My_{t+\tau}; M(x_{t+\tau+s} | x_{t-\sigma}, \sigma > 0) - Mx_s\}, \quad (1)$$

где $\text{cov}\{\dots\}$ — символ ковариации, $M\{\dots\}$ — математического ожидания, $M(y_{t+\tau} | x_{t-\sigma}, \sigma > 0)$ — условное математическое ожидание сечения $y_{t+\tau}$ относительно сечений $x_{t-\sigma}$, $\sigma > 0$. Определение автодисперсионной функции случайной функции $x(t)$ легко получить из (1), заменив сечения $y(t)$ на соответствующие сечения $x(t)$.

Будем называть стохастический объект линейным в среднем, если связь между $y(t)$ и $x(t)$ может быть представлена в форме

$$y_t = \int_0^\infty g(s) x_{t-s} ds + \xi_t,$$

где ξ_t удовлетворяет условию

$$M(\xi_t | x_{t-\tau}, \tau > 0) = 0. \quad (2)$$

Таким образом, для линейного в среднем объекта

$$M(y_{t+\tau} | x_{t-\tau}, \tau > 0) = \int_0^\infty g(s) M(x_{t-s+\tau} | x_{t-\tau}, \tau > 0) ds. \quad (3)$$

Умножим обе части этого выражения на центрированное сечение входного сигнала и перейдем к математическому ожиданию. Тогда мы получим уравнение для определения весовой функции объекта $g(s)$

$$\theta_{y\bar{x}}(\sigma) = \int_0^\infty \theta_{x\bar{x}}(s, \sigma) g(s) ds. \quad (4)$$

В том случае, когда условие (2) не выполняется, правую часть соотношения (3) можно рассматривать как оценку взаимной регрессионной функции выхода объекта относительно входного возмущения. При этом весовую функцию модели необходимо выбрать таким образом, чтобы ошибка такой оценки была минимальна:

$$\Delta(g) = DM \left\{ \left[y_{t+\tau} - \int_0^{\infty} g(s) x_{t+\tau-s} ds \right] \middle| x_{t-\tau}, \tau > 0 \right\} = \min, \quad (5)$$

где D — символ дисперсии.

Дисперсионное уравнение (4) является необходимым условием минимума квадратичного функционала $\Delta(g)$. Таким образом, оценку взаимной регрессионной функции можно получить с помощью нелинейного оператора

$$\begin{aligned} (\Phi x)(t) &= \int_0^{\infty} g(s) M(x_{t+\tau-s} | x_{t-\tau}, \tau > 0) ds = \\ &= \int_0^{\tau} g(s) M(x_{t+\tau-s} | x_t) ds + \int_{\tau}^{\infty} g(s) x_{t+\tau-s} ds. \end{aligned} \quad (6)$$

Автодисперсионная функция случайного процесса на входе объекта является ядром ограниченного самосопряженного оператора, определенного в пространстве $L_2(0, \infty)$. Учитывая предположение о марковости входного сигнала, получим следующие формулы:

$$\begin{aligned} \theta_x(s, \sigma) &= \begin{cases} K_x(s-\sigma), & s \geq \tau \\ \text{cov}\{M(x_{t+\tau-s} | x_t), M(x_{t+\tau-\sigma} | x_t)\}, & s < \tau \end{cases} \\ \theta_{yx}(\sigma) &= \begin{cases} K_{yx}(\sigma), & \sigma \geq \tau \\ \text{cov}\{y_{t+\tau}; M(x_{t+\tau-\sigma} | x_t)\}, & \sigma < \tau. \end{cases} \end{aligned}$$

С помощью оптимального критерия (5) и формулы разложения дисперсии можно для произвольной функции $f(s) \in L_2(-\infty, t)$ получить следующее неравенство:

$$D\{y_{t+\tau} - (\Phi x)(t)\} \leq D\left\{y_{t+\tau} - \int_0^{\infty} f(s) x_{t-s} ds\right\}. \quad (8)$$

Таким образом, оценка взаимной регрессионной функции при помощи оператора $(\Phi x)(t)$ во всяком случае не хуже любой линейной оценки.

Для входных сигналов с линейной авторегрессией оператор Φ — линейный и в этом случае результаты дисперсионной идентификации и линейризации по критерию минимума среднего квадрата ошибки совпадают. Следовательно, метод дисперсионной идентификации особенно эффективен в случае входных возмущений с нелинейной внутренней структурой. Оценка степени нелинейности регрессии приводится в (2).

Предложенный метод идентификации можно распространить на объекты с несколькими выходными переменными.

Метод решения интегрального уравнения (4) рассмотрен в (3).

Институт проблем управления
(автоматики и телемеханики)
Москва

Поступило
11 II 1972

ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Н. С. Райбман, Что такое идентификация, М., 1970. ² Н. С. Райбман, А. Т. Терезин, Автоматика и телемеханика, т. 26, № 3 (1965). ³ В. М. Фридман, УМН, т. 11, 233 (1956).