

чения высокотемпературной плазмы и ряда других практических целей, таких, как разработка плазменных ускорителей заряженных частиц, генерирование и усиление микроволновых колебаний, а также для диагностики плазмы.

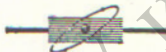
В заключение авторы выражают благодарность К. Д. Синельникову и Я. Б. Файнбергу за интерес к работе и постоянную помощь, а также О. С. Павличенко за помощь, оказанную при проведении спектральных измерений.

Поступила в Редакцию 19/IX 1963 г.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Арцимович. Управляемые термоядерные реакции. М., Физматгиз, 1961.
2. И. Н. Головин и др. В кн. «Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии. Женева, 1958». Докл. советск. ученых. Т. 1. М., Атомиздат, 1959, стр. 120.
3. В. С. Васильевский и др. «Ж. техн. физ.», 30, 1137 (1960).
4. R. Ellis et al. Phys. of Fluids, 3, 468 (1960).
5. H. Dreiser. Phys. Rev., 115, 238 (1959).

6. А. И. Ахнезер, Я. Б. Файнберг. «Докл. АН СССР», 69, 555 (1949).
7. D. Bohm, E. Gross. Phys. Rev., 75, 1851 (1949).
8. O. Vunemann. Phys. Rev., 115, 503 (1959).
9. В. Д. Шапиро. «Ж. техн. физ.», 31, 522 (1961).
10. В. Д. Шапиро. ЖЭТФ, 44, 613 (1963).
11. H. Cole et al. Доклад № 60, представленный на Международную конференцию по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу. Загребург, МАГАТЭ, 1961.
12. K. Thomassen. Phys. Rev. Letters, 10, 80 (1963).
13. Я. Б. Файнберг. «Атомная энергия», 11, 313 (1961).
14. М. В. Бабыкин и др. ЖЭТФ, 43, 1947 (1962).
15. В. А. Супруненко и др. «Атомная энергия», 14, 349 (1963).
16. В. А. Супруненко и др. «Ж. техн. физ.», 31, 1057 (1961).
17. В. Ф. Китаев, В. М. Соболев. «Докл. АН СССР», 61, 1031 (1947).
18. Бергер и др. В кн. «Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии. Женева, 1958». Избр. докл. иностр. ученых. Т. 1. М., Атомиздат, 1959, стр. 540.
19. В. Д. Шафранов. «Атомная энергия», № 5, 38 (1956).
20. А. А. Веденов. «Атомная энергия», 13, 5 (1962).



УДК 621.384.832

## Прибор для изучения движения частиц в ускорителях

М. Барбье

(Европейская организация по ядерным исследованиям, Женева)

Описаны конструкция и теория работы аналогового прибора, позволяющего моделировать большое число задач, связанных с работой ускорителей. Прибор состоит из электронной трубки с электродами специальной формы и соответствующей аппаратуры. Создаваемое в трубке электронное облако имитирует пучок частиц, движущихся в ускорителе.

В Европейской организации по ядерным исследованиям (ЦЕРН, Женева) был построен аналоговый прибор для изучения движения заряженных частиц в ускорителях. Основой этого прибора является специальная электронная трубка, система электродов которой образует электронную ловушку типа Пеннинга. Введенное в эту ловушку электронное облако сохраняется в течение довольно продолжительного времени ( $\sim 2$  мсек). Это электронное облако имитирует сгусток частиц в ускорителе. Введенные в трубку электроды создают силы, аналогичные возмущениям, возникающим в реальном ускорителе из-за несовершенства конструкции. При по-

мощи этого прибора можно исследовать условия стабильности нелинейных бетатронных и синхротронных колебаний [1, 2]\*.

В настоящей статье описаны конструкция прибора, теория его работы и основные рабочие характеристики.

### Устройство электронной ловушки

Система электродов, используемая для электронной ловушки, показана на рис. 1. Электроды  $A$  и  $G$  имеют форму двухполостного гиперболоида вращения вокруг оси  $z$ , кольцо  $B$  — однополостного гиперболоида вращения вокруг той же оси. Электростатический потенциал в межэлектродном пространстве имеет вид

$$V(x, y, z) = \frac{V_2}{a^2} \left( z^2 - \frac{x^2 + y^2}{2} \right).$$

\* Результаты, полученные при изучении таких колебаний, были доложены автором на Международной конференции по ускорителям заряженных частиц (Дубна, 1963 г.).

Если на электроды *A* и *G* подан минус, а на электрод *B* — плюс, то на электроны действует ускоряющая сила, направленная к плоскости электродов. В то же время такое расположение электродов определяет существование силы,

(см. рис. 1) подается напряжение соответствующей величины.

На рис. 2 показана собранная трубка с электронной ловушкой, на рис. 3 — общий вид аппаратуры.

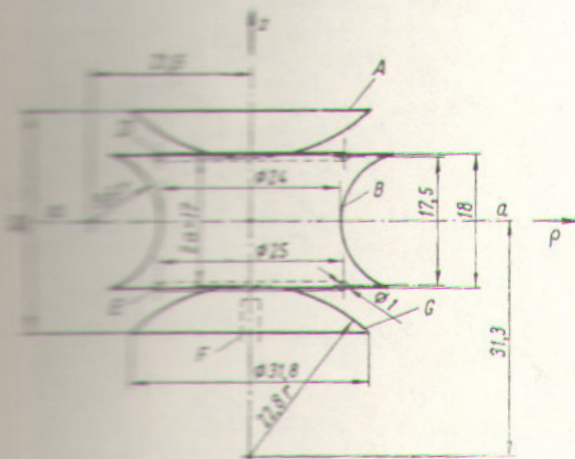


Рис. 1. Форма и размеры электродов.

удерживающей электроны от оси *z*. Чтобы обеспечить фиксировку в этом направлении, трубку помещают в магнитное поле, параллельное оси *z*. Для исследования действия на электроны сил, величина которых пропорциональна  $r^2$ , на выходящиеся в трубке кольца *D* и *E*

### Поведение системы, состоящей из электронной ловушки и резонансной цепи

Рассмотрим поведение системы, состоящей из резонансного контура (*LC*) и трубки (рис. 4), между электродами которой находится *N* электронов. Если к электродам трубки приложено напряжение *U*, система потребляет ток *i*, меняющийся во времени следующим образом:  $i = i_0 e^{st}$ , где *s* — комплексное число.

Напряжение *U*, приложенное к электродам трубки, вызывает перемещение электронов в направлении оси *z*. В цепи электродов возникает ток *i<sub>p</sub>*, проходящий через резонансный контур с импедансом

$$Z = \frac{U}{i - i_p} = \frac{\omega_n Z_n s}{s^2 + \frac{\omega_n}{Q} s + \omega_n^2},$$

где  $Z_n = \sqrt{\frac{L}{C}}$ ;  $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ; *Q* — добротность контура.

Движение электронов под действием электрического поля

$$|E_z = -\frac{U}{2a}$$

определяется уравнением

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + m \omega_0^2 z = -e \frac{U}{2a},$$

где *e* и *m* — заряд и масса электрона;  $\omega_0$  — круговая частота движения электронов; можно предположить, что она идентична частоте  $\omega_n$ . Решение этого уравнения

$$z(s^2 + \omega_0^2) = -\frac{eU}{2am}.$$

Наконец, ток, индуцируемый в цепи электродов при движении частиц в трубке,

$$i_p = -\frac{Ne}{2} \cdot \frac{\sin^2 \theta_0}{a} \cdot \frac{dz}{dt},$$

где *N* — число электронов в ловушке;  $\sin^2 \theta_0 = \frac{2}{3}$ . Поскольку

$$\frac{dz}{dt} = sz,$$

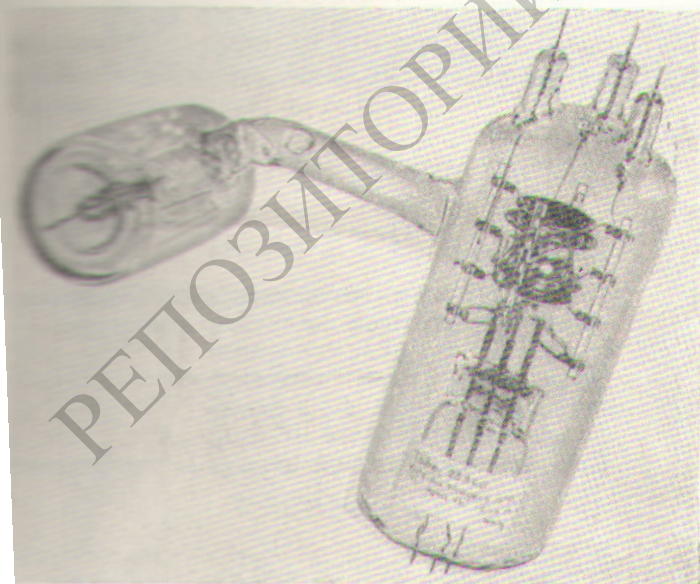


Рис. 2. Трубка с электронной ловушкой.

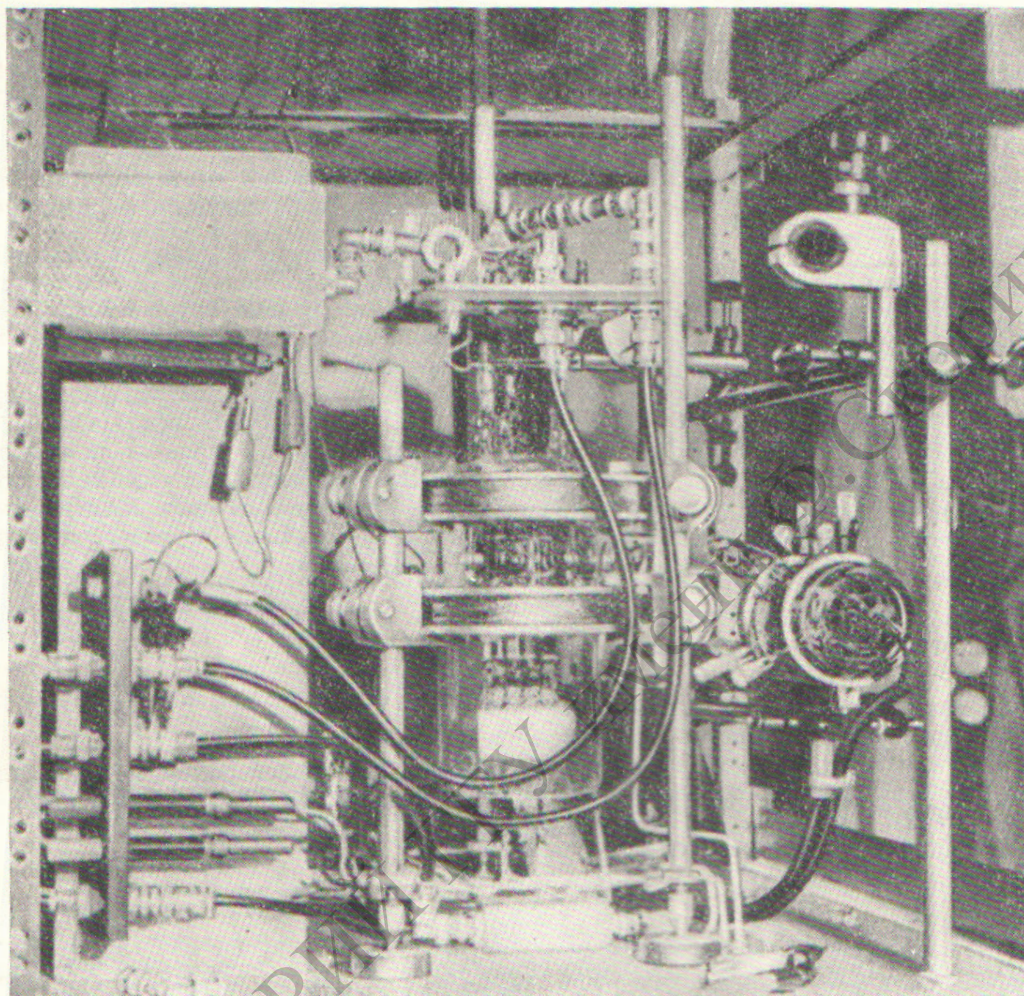


Рис. 3. Общий вид прибора.

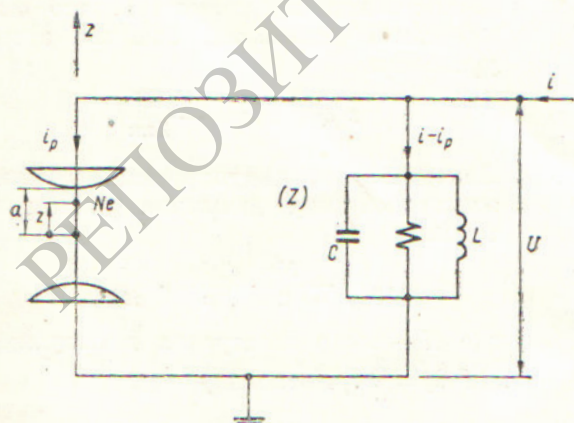


Рис. 4. Электрическая схема системы, состоящей из электронной ловушки и резонансной цепи.

то

$$\frac{i_p}{z} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{Ne}{a} s.$$

Теперь можно вычислить общий импеданс системы, состоящей из трубки и контура:

$$\frac{U}{i} = \frac{Z}{1 + Z \frac{z}{U} \cdot \frac{i_p}{z}}.$$

При частоте, близкой к  $\omega_n$ , можно записать

$$s = j\omega_n + S$$

и окончательно

$$\frac{U}{i} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Z_n \omega_n S}{S^2 + S \frac{\omega_n}{2Q} + K \omega_n^2},$$

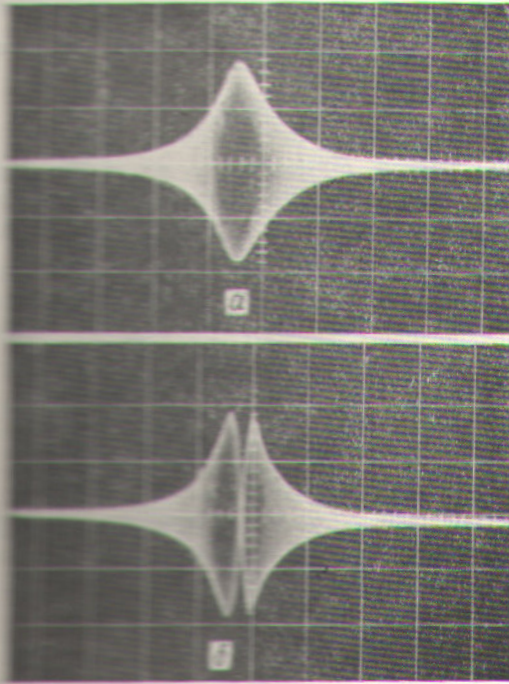


Рис. 5. Зависимость потенциала от частоты изменения тока  $S$ :  
 а — без электронов; б — с электронами в ловушке.  
 Шаг по оси абсцисс: одна клетка — 60 мксек.

где  $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m} \frac{Z_n}{a^2\omega_n} \cdot N$  пропорциональна числу электронов в ловушке. Импеданс становится бесконечно большим при обращении в нуль знаменателя, т. е. при

$$S_0 \approx \frac{\omega_n}{4Q} \pm \left( \frac{\omega_n}{4Q} - 2K\omega_n Q \right),$$

так как  $K \ll \frac{1}{Q^2}$ . Импеданс обрывается в нуль при  $S = 0$ . Это означает, что при частоте изменения тока  $i$ , равной частоте движения электронов, напряжение  $U$  падает до нуля (рис. 5). Ширина полосы поглощения

$$\Delta\omega = 4K\omega_n Q.$$

Зная ширину полосы, можно найти величину  $K$ , и, следовательно, число частиц  $N$ .



Рис. 6. Эквивалентная схема электрической цепи.

Эквивалентная схема ловушки показана на рис. 6, где

$$l = \frac{6a^2m}{e^2N}; \quad c = \frac{e^2N}{6a^2m\omega_0^2}$$

и  $C$  — емкость между электродами  $A$  и  $G$ .

### Инжекция частиц в ловушку

Комбинация электрических и магнитных полей ловушки обеспечивает устойчивое движение находящихся внутри нее частиц. Законы механики обратимы во времени, поэтому, если частица не может выйти из ловушки, она не может и войти в нее. Значит, мы должны ввести частицы внутрь в отсутствие фокусирующих полей, а затем достаточно быстро наложить поля, чтобы частицы не успели уйти.

Пусть потенциал  $U_2$  растет по времени по закону

$$U_2(t) = U_2 \frac{t}{T},$$

где  $T$  — время, необходимое для изменения потенциала от нуля до  $U_2$ . В этом случае уравнение вертикального движения электронов примет вид

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{2eU_2}{ma^2} \cdot \frac{t}{T} z = 0.$$

Сделав замену переменных

$$y = \frac{z}{a}; \quad x = -(\omega T)^{2/3} \frac{t}{T},$$

где  $\omega = \sqrt{\frac{2eU_2}{ma^2}}$  — частота устойчивого движения, получим уравнение Эри [3] в классической форме

$$\frac{d^2y}{dx^2} = xy.$$

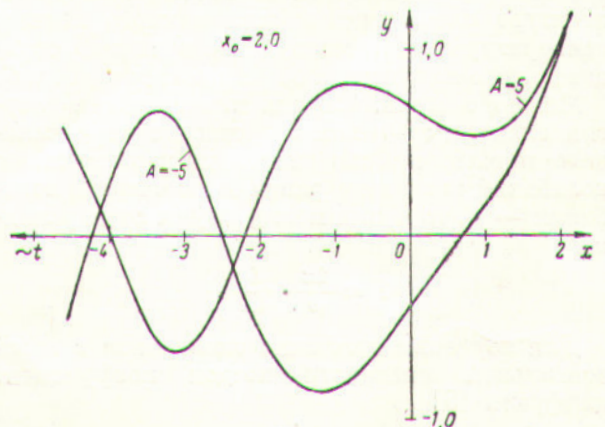


Рис. 7. Две граничные траектории во время инжекции.

Решение этого уравнения имеет вид

$$y(x) = A \cdot Ai(x) + B \cdot Bi(x),$$

где  $Ai(x)$  и  $Bi(x)$  — функции Эри первого и второго класса соответственно;  $A$  и  $B$  — константы, зависящие от начальных условий  $x_0, y_0$ . Частное решение

$$y = \frac{1}{Bi(x_0)} Bi(x)$$

описывает движение средней частицы, вокруг которой колеблются другие частицы (рис. 7).

### Требования к вакууму

Для исследования достаточно большого числа колебаний необходимо, чтобы за время движения электронов в трубке вероятность их столкновений с атомами остаточного газа была мала.

Длина свободного пробега  $L$  определяется соотношением

$$L = \frac{1}{N_g \pi r^2},$$

где  $N_g$  — число атомов в  $1 \text{ см}^3$ ;  $\pi r^2$  — поперечное сечение столкновения. При средней длине колебания в нашей системе, равной  $2 \text{ см}$ , числе свободных колебаний  $10^5$  и радиусе поперечного сечения  $2 \cdot 10^{-8} \text{ см}$  [4] необходимо, чтобы число атомов в  $1 \text{ см}^3$

$$N_g \leq \frac{1}{\pi r^2 L} \approx 10^{-9} \text{ см}^{-3},$$

что соответствует вакууму  $2 \cdot 10^{-8} \text{ мм рт. ст.}$

Рассмотрим диффузию электронов к положительному электроду поперек линий магнитного поля после столкновения с атомами остаточного газа. Вдоль вертикальной оси  $z$  электроны не могут диффундировать, поскольку температура электронного газа намного меньше температуры, соответствующей величине отрицательного потенциала обоих электродов  $A$  и  $G$ .

Можно считать, что вся кинетическая энергия электронов равна энергии их вертикального движения. Если амплитуда вертикальных колебаний электрона равна  $A$ , а частота колебаний  $\omega$ , то время между двумя соударениями

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \cdot \frac{L}{4A},$$

Для изучения движения электронов в горизонтальной плоскости введен коэффициент диффузии [5]

$$D = \frac{\lambda v}{2},$$

где  $\lambda$  — изменение положения электрона после столкновения;  $v = \frac{\lambda}{T}$  — средняя скорость.

Введем условие

$$\lambda = 2R,$$

где  $R$  — радиус окружности, по которой движется электрон в плоскости, перпендикулярной к магнитному полю. Действительно, если

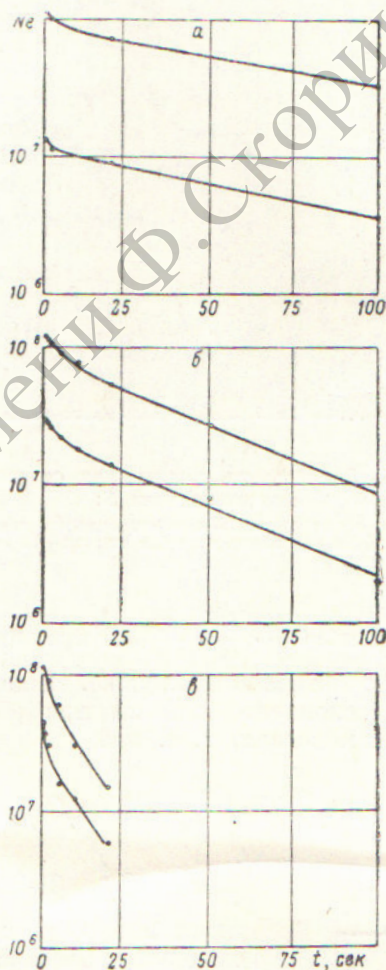


Рис. 8. Зависимость числа электронов в ловушке от времени и давления: (две кривые соответствуют разному числу инжектированных электронов):

$a - p = 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ мм рт. ст.}, T = 100 \text{ мсек}; б - p = 4,5 \cdot 10^{-9} \text{ мм рт. ст.}, T = 50 \text{ мсек}; в - p = 2 \cdot 10^{-8} \text{ мм рт. ст.}, T = 10 \text{ мсек.}$

в результате столкновений знак вектора скорости электрона меняется, то центр окружности, по которой движется электрон, сместится на  $2R$ . Для электрона с амплитудой вертикаль-

ных колебаний  $A$

$$R = \frac{m\omega A}{eB} \approx \frac{m\omega a}{2eB},$$

где  $B$  — индукция магнитного поля.

Уравнение диффузии имеет вид

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \right) = \frac{1}{D} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

где  $\varphi$  — плотность частиц в пространстве;  $\rho$  — радиальная координата. Для пульсирующего источника, расположенного в точке  $\rho=0$ , имеем

$$\varphi(\rho, t=0) = \delta(\rho)$$

и решение

$$\varphi(\rho, t) = \frac{1}{t} e^{-\frac{\rho^2}{4Dt}}.$$

Время жизни частиц  $t$  определяется временем, за которое частица продиффундирует от  $\rho=0$  до  $\rho=a\sqrt{2}$  (радиус электрода):

$$t = \frac{\rho^2}{4D} = \frac{a^2}{2D}.$$

Константа диффузии

$$D = \frac{\lambda v}{2} = \frac{\lambda^2}{2T} = \frac{2R^2}{T} = \frac{m^2 \omega^3 a^3}{2e^2 B^2} N_g r^2.$$

Таким образом,

$$t = \frac{e^2 B^2}{4m^2 \omega^3 a r^2 N_g}.$$

На рис. 8 даны кривые уменьшения числа электронов в ловушке во времени при магнитном поле, равном  $28 \text{ а/см}$ , и напряжении  $130 \text{ в}$ .

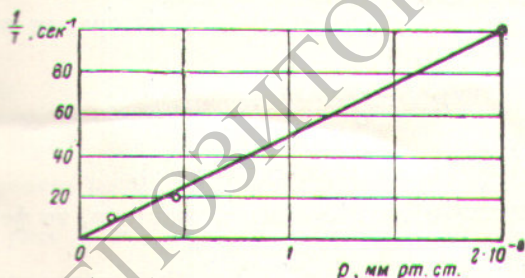


Рис. 9. Зависимость времени диффузии от давления.

Из рис. 9, на котором показана зависимость  $t^{-1}$  от давления видно, что  $t^{-1}$  пропорциональ-

на  $N_g$ . При давлении  $7 \cdot 10^{-9} \text{ мм рт. ст.}$  экспериментально определенное время жизни электрона оказалось равным  $30 \text{ сек}$ , что неплохо согласуется с вычисленным временем жизни, равным  $80 \text{ сек}$ . Измерения времени жизни электронов в зависимости от величины магнитного поля показывают, что  $t$  пропорционально  $B^2$ .

### Закключение

Описанный выше прибор был использован для изучения потерь частиц при возбуждении бетатронных колебаний обычными квадрупольными и секстипольными полями. Кроме того, было исследовано последовательное прохождение через резонансы.

Прибор оказался весьма гибким — с его помощью можно моделировать целый ряд других задач (например, захват и фазовые колебания частиц в фазотроне [6], стохастическое ускорение частиц [7]).

Выражаю благодарность лицам, оказавшим помощь в моей работе. Работа была выполнена по просьбе д-ра А. Шоха. Электронные трубки и электрические цепи были смонтированы техниками О. Опитцем и Е. Жижи. Д-р Шнейдер усовершенствовал высоковакуумный насос. Д-р А. Сузини помог мне овладеть теорией измерения числа частиц, а д-р Р. Келлер — теорией диффузии электронов.

Поступила в Редакцию 18/1 1964 г.

### ЛИТЕРАТУРА

1. M. Barbier. Etude des oscillations non linéaires à l'aide d'un modèle analogique à cage d'électrons, appliquée au mouvement des particules dans les accélérateurs. CERN 61-23, Genève, 24 Aout 1961.
2. E. Fischer. Z. Phys., 156, 1 (1959).
3. British Association for the Advancement of Science. London. The Airy Integral, by J. Miller, Cambridge, University Press, 1946.
4. M. Knoll, F. Ollendorff, R. Rompe. Gasentladungstabellen. Berlin. J. Springer, 1935.
5. H. Soodak, S. Campbell. Elementary Pile Theory. New-York, Wiley, 1950.
6. R. Keller, M. Fidescaro, M. Barbier. Calcul d'orbites dans un synchro cyclotron, analogie avec l'oscillateur anharmonique. CERN 57-45, Genève, 1957.
7. R. Keller, L. Dick, M. Fidescaro. Les essais d'accélération stochastique dans le cyclotron de 600 MeV et leur interprétation. CERN 60-43, Genève, 7 Dec. 1960.
8. P. Opitz, F. Schneider. Vakum-Technik, 9 104 (1960).