Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, №5(74), 2012

УДК 517.977

Оптимальное управление тепловым процессом в стержне с использованием состояния задачи

Д.С. Кузьменков

В статье рассматривается задача оптимального управления тепловым процессом в стержне, предлагается метод ее решения с использованием конечномерных состояний задачи.
Ключевые слова: тепловой процесс, задача оптимального управления, состояние задачи, оптимальная обратная связь, оптимальный регулятор.

The article deals with an optimal control problem of a thermal process in the rod, it offers the method of its solution using finite-dimensional states of a problem.
Keywords: thermal process, optimal control problem, problem state, optimal feedback, optimal regulator.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

Введение

Процессы, поведение которых описывается уравнениями параболического типа, встречаются во многих приложениях и являются объектом исследований многочисленных публикаций XX века, они интенсивно изучаются и в настоящее время.

Фундамент современной теории оптимального управления составляют принцип максимума Понтрягина и динамическое программирование Беллмана, которые были разработаны для систем с сосредоточенными параметрами. Эти результаты впоследствии были обобщены на системы с распределенными параметрами [1]–[3]. При этом основное внимание уделялось вопросам качественной теории оптимального управления, значительно меньше работ посвящено конструктивным методам решения задач оптимального управления системами с распределенными параметрами. Проблема синтеза оптимальных систем до сих пор остается одной из трудных задач даже для обыкновенных систем как в рамках принципа максимума, так и в рамках динамического программирования. Исключением является лишь линейно-квадратичная задача Летова-Калмана, которая не содержит геометрических ограничений на управляющие воздействия. В последнее время в теории управления широко используется методология MPC (Model Predictive Control), которая основана на принципе управления в реальном времени. Современная вычислительная техника и новые методы оптимизации позволяют реализовать этот принцип на практике, что особенно важно для решения задач, поведение которых описывается системами обыкновенных дифференциальных уравнений высокого порядка.

В статье рассматривается задача оптимального управления тепловым процессом в стержне с теплообменом на правом конце. Цель данной статьи – обосновать метод управления в реальном времени тепловым процессом в стержне с использованием конечномерных состояний задачи. Эффективность описанного метода подтверждается вычислительными экспериментами.

Постановка задачи, сведение к интервальной задаче ЛП

Рассмотрим задачу оптимального управления тепловым процессом в стержне:

$$J(u)=\int_{t_*}^{t^*}c(t)|u(t)|dt\to\min,\ x_t=a^2x_{ss},\ (s,t)\in\Omega;$$

$$x_s(0,t)=0,\ x_s(l,t)=\mu[u(t)-x(l,t)],\ \ t\in T;\ x(s,t_*)=x_0(s),\ \ s\in S;$$

$$g_*\le\int_0^l[x(s,t^*)-y(s)]\phi(s)ds\le g^*; \qquad (1)$$

$$u(t)\in U=\{u\in R:|u(t)|\le u^*\},\ t\in T,$$

где t_*, $t^* > t_*$, $l > 0$, a^2, $\mu > 0$, $u^* > 0$ – заданные константы; $\Omega = S \times T$, $S = [0, l]$, $T = [t_*, t^*]$; $T_h = \{t_*, t_* + h_t, \ldots, t^* - h_t\}$, $h_t = (t^* - t_*)/N$, $I = \{1, 2, \ldots, m\}$, m, N – натуральные числа; $c(t) > 0$, $t \in T$, $x_0(s)$, $y(s) \in R$, $\phi(s) \in R^m$, $s \in S$, – непрерывные функции; $g_*, g^* \in R^m$ – заданные векторы, $x = x(s,t) \in R$ – температура в точке $s \in S$ в момент времени $t \in T$, $u = u(t) \in R$ – температура внешней среды в момент времени $t \in T$.

Задачу (1) будем рассматривать в классе дискретных управляющих воздействий $u(t) \in R,\ t \in T$.

Аппроксимируя уравнение объекта управления методом прямых [4], задача (1) сводится к задаче оптимального управления специальной системой обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности

$$J(u) = \int_{t_*}^{t^*} c(t)|u(t)|dt \to \min, \tag{2}$$

$$\begin{cases} x_t(s_1,t) = \bar{a}^2[x(s_2,t) - x(s_1,t)], \\ x_t(s_i,t) = \bar{a}^2[x(s_{i-1},t) - 2x(s_i,t) + x(s_{i+1},t)],\ i = \overline{2,n-1}; \\ x_t(s_n,t) = \bar{a}^2[x(s_{n-1},t) - (1 + h_s\mu)x(s_n,t)] + h_s\bar{a}^2\mu\, u(t); \\ x(s_i,t_*) = x_0(s_i),\ i = \overline{1,n}; \end{cases} \tag{3}$$

$$g_* \le \sum_{i=1}^{n} [x(s_i,t^*) - y(s_i)]\varphi(s_i) \le g^*; \tag{4}$$

$$u(t) \in U,\ t \in T, \tag{5}$$

где $h_s = l/(n-1)$, n – натуральное число; $\bar{a}^2 = a^2/h_s^2$; $s_i = ih_s$, $\varphi(s_i) \in R^m$, $i = \overline{1,n}$; $\varphi(s_i) = h_s\phi(s_i)$, $i = \overline{2,n-1}$, $\varphi(s_1) = h_s\phi(s_1)/2$, $\varphi(s_n) = h_s\phi(s_n)/2$.

Программа $u^0(t)$, $t \in T$, называется *оптимальной*, если $J(u^0) = \min\limits_u J(u)$. Соответствующую ей траекторию $x^0(t)$, $t \in T$, будем называть *оптимальной траекторией*.

Для определения *позиционного решения* задачи (2)–(5) погрузим ее в семейство задач

$$J(u) = \int_{\tau}^{t^*} c(t)|u(t)|dt \to \min;$$

$$\begin{cases} x_t(s_1,t) = \bar{a}^2[x(s_2,t) - x(s_1,t)], \\ x_t(s_i,t) = \bar{a}^2[x(s_{i-1},t) - 2x(s_i,t) + x(s_{i+1},t)],\ i = \overline{2,n-1}; \\ x_t(s_n,t) = \bar{a}^2[x(s_{n-1},t) - (1 + h_s\mu)x(s_n,t)] + h_s\bar{a}^2\mu\, u(t), \\ x(s_i,\tau) = \chi(s_i),\ i = \overline{1,n}; \end{cases} \tag{6}$$

$$g_* \le \sum_{i=1}^{n} [x(s_i,t^*) - y(s_i)]\varphi(s_i) \le g^*;$$

$$u(t) \in U,\ t \in T(\tau) = [\tau, t^*],$$

зависящих от позиции $(\tau, \chi(\cdot))$, где $\tau \in T_h$, $\chi(\cdot) = (\chi(s_i) \in R, i = \overline{1,n})$ – непрерывная функция.

Пусть $u^0(t \mid \tau, \chi(\cdot))$, $t \in T(\tau)$, – оптимальная программа задачи (6) для позиции $(\tau, \chi(\cdot))$; X_τ – множество всех состояний $\chi(\cdot)$, для которых существует оптимальная программа.

Функционал

$$u^0(\tau, \chi(\cdot)) = u^0(\tau \mid \tau, \chi(\cdot)),\ \chi(\cdot) \in \mathrm{X}_\tau,\ \tau \in T_h, \tag{7}$$

называется *оптимальной (дискретной) обратной связью по состоянию системы* (*позиционным решением задачи* (2)–(5)).

Получение оптимальной обратной связи (7) в явной форме или синтез оптимальных систем в классической постановке представляет собой сложную задачу, которая не решена до сих пор. В статье используется другой подход к синтезу оптимальных систем – оптимальное управление в реальном времени.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

Оптимальная обратная связь (7) определена по математической модели (3), но предназначена для управления реальной системой. Замкнем ее оптимальной обратной связью и запишем поведение замкнутой системы

$$\begin{cases} x_t(s_1,t)=\bar{a}^2\left[x(s_2,t)-x(s_1,t)\right]+w, \\ x_t(s_i,t)=\bar{a}^2\left[x(s_{i-1},t)-2x(s_i,t)+x(s_{i+1},t)\right]+w,\ i=\overline{2,n-1}, \\ x_t(s_n,t)=\bar{a}^2\left[x(s_{n-1},t)-(1+h_s\mu)x(s_n,t)\right]+h_s\bar{a}^2\mu\, u^0(t,x(t))+w, \\ x(s_i,t_*)=x_0(s_i),\ i=\overline{1,n}, \end{cases} \tag{8}$$

где $u^0(t,x(t))=u^0(\tau,x(\tau))$, $t\in[\tau,\tau+h_t[$, $\tau\in T_h$; w – совокупность членов, отражающих неточность реализации оптимальной обратной связи, неточности математического моделирования, неточность реализации оптимальной обратной связи и возмущение, действующее на физический объект в процессе управления. Для краткости будем в дальнейшем w называть возмущением.

Предположим, что в процессе управления возмущения реализуются в виде кусочно-непрерывной функции $w^*(t)$, $t\in T$. Они порождают траекторию $x^*(s_i,t)$, $i=\overline{1,n}$, $t\in T$, удовлетворяющую тождеству

$$\begin{cases} x_t^*(s_1,t)=\bar{a}^2\left[x^*(s_2,t)-x^*(s_1,t)\right]+w^*(t), \\ x_t^*(s_i,t)=\bar{a}^2\left[x^*(s_{i-1},t)-2x^*(s_i,t)+x^*(s_{i+1},t)\right]+w^*(t),\ i=\overline{2,n-1}, \\ x_t^*(s_n,t)=\bar{a}^2\left[x^*(s_{n-1},t)-(1+h_s\mu)x^*(s_n,t)\right]+ \\ \qquad +h_s\bar{a}^2\mu\, u^0(t,x^*(t))+w^*(t), \\ x^*(s_i,t_*)=x_0(s_i),\ i=\overline{1,n}. \end{cases} \tag{9}$$

Из (9) видно, что в конкретном процессе управления оптимальная обратная связь (7) не используется полностью, нужны лишь ее значения

$$u^*(t)\equiv u^0(t,x^*(t,\cdot))=u^0(\tau,x^*(\tau,\cdot)),\ t\in[\tau,\tau+h_t[,\ \tau\in T_h, \tag{10}$$

вдоль одной траектории $x^*(s_i,t)$, $i=\overline{1,n}$, $t\in T$.

Функцию (10) назовем *реализацией оптимальной обратной связи* (7) в конкретном процессе управления.

Согласно принципу управления в реальном времени оптимальная обратная связь (7) не строится, а текущие значения $u^*(\tau)$, $\tau\in T_h$, ее реализации (10) вычисляются в процессе управления за время, не превосходящее h_t, т. е. в режиме реального времени.

Устройство, способное вычислять значения $u^*(\tau)$, $\tau\in T_h$, в режиме реального времени, назовем *оптимальным регулятором.*

Пусть $(f_{1j}\quad f_{2j}\quad\cdots\quad f_{nj})$, $j=\overline{1,n}$, – столбцы фундаментальной матрицы системы (3). Они удовлетворяют системе из n обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{f}_{1j}=\bar{a}^2\left(f_{2j}-f_{1j}\right),\ \dot{f}_{ij}=\bar{a}^2\left(f_{i-1\,j}-2f_{ij}+f_{i+1\,j}\right),\ i=\overline{2,n-1};$$

$$\dot{f}_{nj}=\bar{a}^2\left(f_{n-1\,j}-(1+h_s\nu(t))f_{nj}\right),\ f_{ij}(t_*)=0,\ i=\overline{1,n-1},\ f_{nj}(t_*)=1,\ j=\overline{1,n},$$

где $f_{ij}=f(s_i,t;s_j,\theta)$, $t,\theta\in T_h$, $i,j=\overline{1,n}$.

С помощью формулы Коши показывается, что задача (2)–(5) эквивалентна интервальной задаче линейного программирования:

$$J(u)=\sum_{t\in T_h}c_h(t)|u(t)|\to\min,\ \ \tilde{g}_*\le\sum_{t\in T_h}d_h(t)u(t)\le\tilde{g}^*,\ u(t)\in U,\ t\in T_h, \tag{11}$$

где $c_h(t)=\int\limits_t^{t+h_t}c(\tau)d\tau$, $\tilde{g}_{*k}=g_{*k}-\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\sum\limits_{j=1}^{n}f(s_i,t^*;s_j,t_*)x_0(s_j)-y(s_i)\right)\varphi_k(s_i)$, $\tilde{g}_k^*=g_k^*-$

$$-\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n}f(s_i,t^*;s_j,t_*)x_0(s_j)-y(s_i)\right)\varphi_k(s_i),\ f_h(s_i,t;s_n,\tau)=h_s\bar{a}^2\mu\int\limits_{\tau}^{\tau+h_t}f(s_i,t;s_n,\xi)d\xi,$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

$$d_{hk}(t)=\sum_{i=1}^{n} f_h(s_i,t^*;s_n,t)\varphi_k(s_i),\ t\in T_h,\ k=\overline{1,m}. \qquad (12)$$

Далее задача (11) решается двойственным методом [5]. На итерациях двойственного метода вместо фундаментальной матрицы решений системы (3) будем использовать ее квазидекомпозицию [6]. Она позволяет интегрирование системы порядка *n* заменить на параллельное интегрирование *r* систем значительно меньшего порядка *m*, что существенно при оптимальном управлении в реальном времени (функции (12) строятся за более короткие промежутки времени).

Состояние задачи

При решении линейно-выпуклых задач оптимального управления системами с распределенными параметрами (2)–(5) вместо бесконечномерных состояний системы (3) можно использовать конечномерные состояния задачи, учитывающие не только состояния системы, но и ограничения задачи [7]. Для задачи (2)–(5) бесконечномерную позицию системы $(\theta,\chi(\cdot))$ заменим на конечномерную позицию задачи (θ,ξ), где $\xi=\xi(\theta,\chi(\cdot))=$ $=\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n} f(s_i,t^*;s_j,\theta)\chi(s_j)-y(s_i)\right)\phi(s_i)$.

Вектор $\xi=\xi(\theta,\chi(\cdot))\in R^m$ назовем *состоянием задачи* (2)–(5) для позиции задачи $(\theta,\chi(\cdot))$. Он содержит информацию, достаточную для построения оптимальной программы общей задачи семейства (6) [7].

Используя формулу Коши для позиции $(\theta,\chi(\cdot))$, вместо задачи (11) получаем задачу

$$J(u)=\sum_{t\in T_h} c_h(t)|u(t)|\to\min,$$

$$g_*-\xi\le\sum_{t\in T_h}\bar{d}_h(t)u(t)\le g^*-\xi,\ u(t)\in U,\ t\in T_h, \qquad (13)$$

где $\bar{d}_{hk}(t)=\sum_{i=1}^{n} f_h(s_i,t;s_n,\theta)\varphi_k(s_i),\ t\in T_h,\ k=\overline{1,m}$.

Пусть $u^0(t\,|\,\theta,\xi),\ t\in T(\theta)$, – оптимальная программа задачи (13) для позиции задачи (θ,ξ), Ξ_θ – множество всех состояний задачи ξ, для которых существует оптимальная программа. Функционал

$$u^0(\theta,\xi)=u^0(\theta\,|\,\theta,\xi),\ \xi\in\Xi_\theta,\ \theta\in T_h, \qquad (14)$$

называется *оптимальным управлением типа* (*дискретной*) *обратной связи по состоянию задачи* (*оптимальной обратной связью по состоянию задачи*).

Траектория $x^*(t,\cdot)$, $t\in T$, порождает состояния задачи $\xi^*(\tau)=\xi^*(\tau,x^*(\tau,\cdot))$, $\tau\in T_h$, которые будем считать доступными в каждый момент времени $\tau\in T_h$ в процессе управления.

Функцию $u^*(t)\equiv u^*(\tau)=u^0(\tau,\xi^*(\tau)),\ t\in[\tau,\tau+h_t[,\ \tau\in T_h$, назовем *реализацией оптимальной обратной связи* (14) в конкретном процессе управления.

Алгоритм работы оптимального регулятора

До начала процесса управления оптимальный регулятор, используя двойственный метод [5], строит оптимальную опору $K^0_{\tilde{n}}(t_*)=\{I^0_{\tilde{n}}(t_*),T^0_{\tilde{n}}(t_*)\}$ и оптимальную программу $u^0(t\,|\,t_*,\xi^*(t_*))$, $t\in T_h$, задачи (2)–(5) для начальной позиции $(t_*,\xi^*(t_*))$, сохраняет текущую информацию для момента времени t_*: $K^0_{\tilde{n}}(t_*)$; $T^{+,0}_{\acute{i}\,0}(t_*)$; $T^{-,0}_{\acute{i}\,0}(t_*)$; $\nu_{\tilde{n}}(t_*)$; $D(I,T^0_{\tilde{n}}\,|\,t_*)$; $D^{-1}_{\tilde{n}}(t_*)$; $\tilde{F}(t)$, $t\in T^0_{\tilde{n}}(t_*)\cup T^{+,0}_{\acute{i}\,0}(t_*)\cup T^{-,0}_{\acute{i}\,0}(t_*)$; $p(t_*)$; $\omega(t\,|\,t_*)$, $t\in T^0_{\tilde{n}}$; $\zeta(t_*)$.

С началом процесса управления оптимальный регулятор подает на вход объекта (8) управляющее воздействие $u^*(t)\equiv u^*(t_*)=u^0(t_*\,|\,t_*,\xi^*(t_*))$, $t\in[t_*,\ t_*+h_t+\vartheta(t_*+h_t)[$, где $\vartheta(\tau)$,

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

$\tau \in T_h$, – время, затрачиваемое на вычисление значения $u^*(\tau)$ реализации оптимальной обратной связи (14).

Пусть процесс управления проведен на промежутке $[t_*, \tau[$. Оптимальный регулятор уже выработал управляющие воздействия $u^*(t_*)$, $u^*(t_* + h_t)$, …, $u^*(\tau - h_t)$. Под действием этих управляющих воздействий и возмущения $w^*(t)$, $t \in [t_*, \tau[$, физический объект оказался в состоянии $x^*(\tau, \cdot)$, которое порождает состояние задачи $\xi^*(\tau)$. Оно становится известным оптимальному регулятору. В предыдущий момент $\tau - h_t$ оптимальный регулятор для отыскания значения $u^*(\tau - h_t)$ решил задачу (6) для позиции $(\tau - h_t, \xi^*(\tau - h_t))$ и запомнил ее оптимальную опору $K_{\tilde{n}}^0(\tau - h_t)$. Функциональная форма этой задачи принимает вид

$$J(u) = \sum_{t \in T_h(\tau - h_t)} c_h(t)|u(t)| \to \min,$$
$$g_* - \xi^*(\tau - h_t) \le \sum_{t \in T_h(\tau - h_t)} \bar{d}_h(t) u(t) \le g^* - \xi^*(\tau - h_t), \tag{15}$$
$$u(t) \in U, \ t \in T_h(\tau - h_t) = (\tau - h_t, \tau, \ldots, t^* - h_t),$$

где $\xi^*(\tau - h_t) = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} f(s_i, t^*; s_j, \tau - h_t) x^*(s_j, \tau - h_t) - y(s_i) \right) \varphi(s_i)$.

В результате решения задачи (15) к моменту τ была получена и сохранена в памяти компьютера следующая информация: $K_{\tilde{n}}^0(\tau - h_t)$; $T_{\acute{i}0}^{+,0}(\tau - h_t)$; $T_{\acute{i}0}^{-,0}(\tau - h_t)$; $\nu_{\tilde{n}}(\tau - h_t)$; $D(I, T_{\tilde{n}}^0 \mid \tau - h_t)$; $D_{\tilde{n}}^{-1}(\tau - h_t)$; $\tilde{F}(\tau - h_t)$, $t \in T_{\tilde{n}}^0(\tau - h_t) \cup T_{\acute{i}0}^{+,0}(\tau - h_t) \cup T_{\acute{i}0}^{-,0}(\tau - h_t)$; $p(\tau - h_t)$; $\omega(t \mid \tau - h_t)$, $t \in T_{\tilde{n}}^0$; $\zeta(\tau - h_t)$. Для построения текущего значения $u^*(\tau)$ реализации оптимальной обратной связи для позиции $(\tau, \xi^*(\tau))$ оптимальный регулятор на промежутке $[\tau, \tau + h_t[$ должен решить задачу

$$J(u) = \sum_{t \in T_h(\tau)} c_h(t)|u(t)| \to \min,$$
$$g_* - \xi^*(\tau) \le \sum_{t \in T_h(\tau)} \bar{d}_h(t) u(t) \le g^* - \xi^*(\tau), \tag{16}$$
$$u(t) \in U, \ t \in T_h(\tau),$$

где $\xi^*(\tau) = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} f(s_i, t^*; s_j, \tau) x^*(s_j, \tau) - y(s_i) \right) \phi(s_i)$.

Для решения задачи (16) оптимальный регулятор находит значения псевдопрограммы в опорные моменты времени $\omega_{\tilde{n}}(\tau) = D_{\tilde{n}}^{-1}(\tau - h_t)\left(\zeta_{\tilde{n}}(\tau - h_t) - \xi_{\tilde{n}}(\tau) - p_{\tilde{n}}(\tau)\right)$ и неопорные значения выходного псевдосигнала $\zeta_{\acute{i}}(\tau) = D(I_{\acute{i}}, T_{\tilde{n}}^0 \mid \tau - h_t)\omega_{\tilde{n}}(\tau) + \xi_{\acute{i}}(\tau) + p_{\acute{i}}(\tau)$. При выполнении неравенств $|\omega(t \mid \tau)| \le u^*$, $t \in T_{\tilde{n}}^0(\tau)$; $g_{*i} \le \zeta_i(\tau) \le g_i^*$, $i \in I_{\acute{i}}(\tau)$, оптимальная опора задачи (15) согласно критерию оптимальности [5] является оптимальной и в задаче (16): $K_{\tilde{n}}^0(\tau) = K_{\tilde{n}}^0(\tau - h_t)$. В противном случае осуществим итерации двойственного метода [5], выбрав в качестве начальной опоры $K_{\tilde{n}}^1(\tau)$ оптимальную опору $K_{\tilde{n}}^0(\tau - h_t)$. При этом будет преобразована текущая информация: $D(I, T_{\tilde{n}}^0 \mid \tau) = D(I, T_{\tilde{n}}^0 \mid \tau - h_t)$; $D_{\tilde{n}}^{-1}(\tau) = D_{\tilde{n}}^{-1}(\tau - h_t)$; $\nu_{\tilde{n}}(\tau) = \nu_{\tilde{n}}(\tau - h_t)$; $p(\tau) = p(\tau - h_t) - D(\tau - h_t) u^* D(\tau - h_t)$; $\zeta_{\tilde{n}}(\tau) = \zeta_{\tilde{n}}(\tau - h_t)$. Если $\tau \notin T_{\acute{i}0}^{+,0}(\tau - h_t)$, то положим $T_{\acute{i}0}^{+,0}(\tau) = T_{\acute{i}0}^{+,0}(\tau - h_t)$; если $\tau \in T_{\acute{i}0}^{+,0}(\tau - h_t)$, то $T_{\acute{i}0}^{+,0}(\tau) = T_{\acute{i}0}^{+,0}(\tau - h_t) \setminus \tau$. Если же $\tau \notin T_{\acute{i}0}^{-,0}(\tau - h_t)$, то положим $T_{\acute{i}0}^{-,0}(\tau) = T_{\acute{i}0}^{-,0}(\tau - h_t)$; если $\tau \in T_{\acute{i}0}^{-,0}(\tau - h_t)$, то $T_{\acute{i}0}^{-,0}(\tau) = T_{\acute{i}0}^{-,0}(\tau - h_t) \setminus \tau$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

Построив оптимальную опору $K_{\tilde{u}}^{0}(\tau)$ задачи (16), оптимальный регулятор подает на вход системы (8) управляющие воздействие $u^{*}(t) = u^{*}(\tau) = u^{0}(\tau \mid \tau, \xi^{*}(\tau))$, $t \in [\tau + \vartheta(\tau), \tau + h_t + \vartheta(\tau + h_t)[$.

Заключение

В статье рассматривается задача оптимального управления тепловым процессом в стержне и предлагается метод ее решения, основанный на динамической реализации двойственного метода [5] и процедуре квазидекомпозиции [6]. Использование вместо бесконечномерных состояний системы (3) конечномерных состояний задачи позволяет быстро строить текущие значения оптимальной обратной связи. Описанные результаты могут быть использованы при решении других задач оптимального управления системами с распределенными параметрами.

Литература

1. Бутковский, А.Г. Методы оптимального управления системами с распределенными параметрами / А.Г. Бутковский. – М. : Наука, 1975. – 568 с.

2. Егоров, А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами / А.И. Егоров. – М. : Наука, 1978. – 468 с.

3. Лионс, Ж.Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными / Ж.Л. Лионс. – М. : Мир, 1972. – 414 с.

4. Крылов, В.И. Начала теории вычислительных методов. Уравнения в частных производных / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. – Минск : Наука и техника, 1986. – 311 с.

5. Габасов, Р. Конструктивные методы оптимизации : в 5 ч. / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова, А.И. Тятюшкин. – Минск : Университетское, 1984–1998. – Ч. 1 : Линейные задачи. – 1984. – 213 с.

6. Габасов, Р. Оптимальное управление тепловым процессом / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова, Д.С. Кузьменков // Докл. НАН Беларуси. – 2009. – Т. 53, № 1. – С. 5–9.

7. Балашевич, Н.В. Оптимальное управление линейными системами с запаздыванием / Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Докл. РАН. – 2006. – Т. 410, № 2. – С. 173–178.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступило 27.02.12

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины