

## Проводимость турбулентной плазмы в приближении магнитной гидродинамики

В. М. Елеонский, Ю. Я. Поляк

В работе Херринга [1] в приближении хаотических фаз решена задача о влиянии случайных статических неоднородностей на проводимость анизотропных твердых тел. Ишикава и Роуз [2] применили метод Херринга к плазме в магнитном поле. В настоящей работе рассматривается влияние движения плазмы на ее проводимость при наличии случайных неоднородностей. Если проводимость  $\sigma(\mathbf{r}, t)$  является случайной функцией, то связь между средней плотностью тока  $\langle \mathbf{j} \rangle$  и усредненным электрическим полем  $\langle \mathbf{E}' \rangle$  [где  $\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \frac{1}{c}(\mathbf{u}\mathbf{B})$ ] будет в общем случае

нелинейной при условии, что движение плазмы определяется системой уравнений магнитной гидродинамики. Однако, по крайней мере в двух предельных случаях, когда флуктуациями одной из величин — скорости потока или магнитного поля — можно пренебречь, возникает линейная связь  $\langle j_\alpha \rangle = \langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle \langle E_\beta \rangle$ . Пренебрегая флуктуациями скорости потока, получим

$$\frac{\langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle}{\sigma_0} = \delta_{\alpha\beta} - \sum \frac{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}_0) \delta_{\alpha\beta} + i v_m k_\alpha k_\beta}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}_0 + i v_m k^2} S(\mathbf{k}, \omega). \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{u}_0$  — скорость потока несжимаемой проводящей среды;  $v_m = \frac{c^2}{4\pi\sigma_0}$ ;  $S(\mathbf{k}, \omega) = \langle \left| \frac{\sigma(\mathbf{k}, \omega)}{\sigma_0} \right|^2 \rangle$ , где  $\sigma(\mathbf{k}, \omega)$  — фурье-компонента случайных флуктуаций проводимости;  $\sigma_0$  — ее среднее значение. Для статических флуктуаций из уравнения (1) следует, что

$$\frac{\langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle}{\sigma_0} = \delta_{\alpha\beta} - \sum \frac{k_\alpha k_\beta + \gamma k^2 R^2 m(k) \delta_{\alpha\beta}}{1 + \gamma R^2 m(k)} k^{-2} S(k), \quad (2)$$

где  $Rm(k) = \frac{u_0}{k v_m}$  — спектральное магнитное число Рейнольдса;  $\gamma = \cos^2(\mathbf{k}, \mathbf{u}_0)$ . При  $Rm \rightarrow 0$  получаем известное выражение для турбулентной проводимости покоящейся плазмы [1, 2]. Для изотропных неоднородностей тензор проводимости является диагональным. Однако проводимости вдоль и поперек потока различны; проводимость вдоль потока равна

$$\frac{\langle \sigma_{\parallel} \rangle}{\sigma_0} = 1 - 4\pi \sum \left[ 1 - \frac{\arctg Rm(k)}{Rm(k)} \right] [1 + Rm^2(k)] S(k).$$

Отметим, что вклад от флуктуаций в  $\langle \sigma_{\parallel} \rangle$  при  $Rm \rightarrow 0$  в три раза больше, чем при  $Rm \rightarrow \infty$ .

В другом предельном случае, когда можно пренебречь флуктуациями магнитного поля,

$$\frac{\langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle}{\sigma_0} = \delta_{\alpha\beta} - \sum \frac{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}_0 + i v k^2) k_\alpha k_\beta + i \Gamma (A k)^2 v_m^{-1} \delta_{\alpha\beta}}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}_0 + i v k^2 + i \Gamma A^2 v_m^{-1}}. \quad (3)$$

Здесь  $v$  — кинематическая вязкость;  $A = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi\sigma_0}}$  — альфеновская скорость;  $\Gamma = \cos^2(\mathbf{k}, \mathbf{B}_0)$ . В статическом случае

$$\frac{\langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle}{\sigma_0} = \delta_{\alpha\beta} - \sum \frac{S(k)}{[1 + \Gamma G^2(k)]^2 + \gamma R^2(k)} \times \\ \times \left\{ [1 + \Gamma G^2(k) + \gamma R^2(k)] \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} + \right. \\ \left. + \Gamma [1 + \Gamma G^2(k)] G^2(k) \delta_{\alpha\beta} \right\}, \quad (4)$$

где  $R(k) = \frac{u_0}{k v}$  и  $G(k) = \frac{A}{k \sqrt{v v_m}}$  — спектральные числа Рейнольдса и Гартмана соответственно. В пределе  $Rm \rightarrow 0$  получаем результат, отличающийся от выражения (2) лишь заменой в последнем  $Rm(k)$  на  $G(k)$ . Таким образом, метод Херринга в приближении магнитной гидродинамики позволяет определить влияние параметров, определяющих взаимодействие потока с магнитным полем на макроскопическую проводимость плазмы, находящейся в заданном турбулентном состоянии. Последнее определяется спектром  $S(k, \omega)$ , а в качестве упомянутых параметров выступают спектральные числа Рейнольдса и Гартмана.

В заключение покажем, что этот же метод позволяет определить тензор диэлектрической проницаемости среды с заданными турбулентными свойствами. Электромагнитное поле определяется уравнением

$$\left\{ k^2 \delta_{\alpha\beta} - k_\alpha k_\beta - \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{k}\omega) \right\} E_\beta = \\ = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \sum \varepsilon_{\alpha\beta}(\omega \mathbf{k} | \omega' \mathbf{k}') E'_\beta, \quad (5)$$

в котором  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega\mathbf{k} | \omega'\mathbf{k}')$  — диэлектрическая проницаемость среды со случайными неоднородностями;  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega\mathbf{k})$  — ее однородная часть. Если неоднородности среды статистически стационарны и однородны, то статистическое усреднение материального соотношения

$$D_{\alpha} = \epsilon_{\alpha\beta}(\omega\mathbf{k}) E_{\beta} + \sum' \epsilon_{\alpha\beta}(\omega\mathbf{k} | \omega'\mathbf{k}') E_{\beta}' \quad (6)$$

совместно с уравнением (5) в приближении хаотических фаз приводит к соотношению  $\langle D_{\alpha} \rangle = \langle \epsilon_{\alpha\beta} \rangle \langle E_{\beta} \rangle$ , в котором

$$\langle \epsilon_{\alpha\beta}(\omega\mathbf{k}) \rangle = \epsilon_{\alpha\beta}(\omega\mathbf{k}) + \sum' \left( \frac{\omega'}{c} \right)^2 G_{\mu\nu}(\omega'\mathbf{k}') \langle \epsilon_{\alpha\mu}(\omega\mathbf{k} | \omega'\mathbf{k}') \epsilon_{\nu\beta}(\omega'\mathbf{k}' | \omega\mathbf{k}) \rangle. \quad (7)$$

Для изотропного случая функция распространения

$$G_{\mu\nu}(\omega\mathbf{k}) = - \left( \frac{c}{\omega} \right)^2 \frac{k_{\mu}k_{\nu}}{k^2 \epsilon_l(\omega\mathbf{k})} + \frac{\delta_{\mu\nu} - \frac{k_{\mu}k_{\nu}}{k^2}}{k^2 - \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \epsilon_{tr}(\omega\mathbf{k})}.$$

Так как для неоднородного состояния единственными выделенными направлениями являются направления

волновых чисел  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ , то

$$\epsilon_{\alpha\beta}(\omega\mathbf{k} | \omega'\mathbf{k}') = l\delta_{\alpha\beta} + m \frac{k_{\alpha}k_{\beta}}{k^2} + n \frac{k'_{\alpha}k'_{\beta}}{k'^2} + S \frac{k_{\alpha}k'_{\beta}}{kk'} + t \frac{k'_{\alpha}k_{\beta}}{k'k}. \quad (8)$$

Скалярные функции в этом уравнении могут зависеть лишь от модулей  $k$  и  $k'$  и скалярного произведения  $\mathbf{k}\mathbf{k}'$ . Например, для случая статических неоднородностей радиус экранирования поля точечного заряда  $\langle D^{-2} \rangle = D^{-1} - \lim_{k \rightarrow 0} \sum' k^2 \langle \epsilon_l(k | k') \epsilon_l(k' | k) \rangle \epsilon_l^{-1}(k')$ .

Здесь  $D$  — радиус экранирования в однородной среде, а

$$\epsilon_l(k | k') = S + \gamma(l + m + n) + \gamma^2 t,$$

где  $\gamma = \cos(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ .

Полученные выражения для турбулентной проницаемости могут быть значительно упрощены, если предположить, что неоднородности обладают определенными свойствами симметрии.

Поступило в Редакцию 15/IV 1963 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

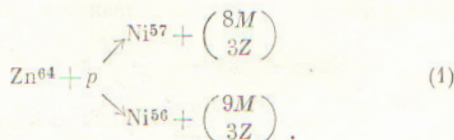
1. C. Herring, J. Appl. Phys., 31, 1939 (1960).
2. S. Yoshikawa, D. Rose, Phys. Fluids, 5, 334 (1962). S. Yoshikawa. Там же, стр. 1272.

УДК 539.172.12/546.47

## О некоторых реакциях на цинке под действием протонов с энергией 30 Мэв

Т. Н. Михалева

С целью обнаружения ядерных реакций с выделением нескольких частиц нами проводилось облучение естественной смеси изотопов цинка (гранулированный чистейший) протонами с энергией около 30 Мэв на внутреннем пучке синхротронного Научно-исследовательского института ядерной физики МГУ. Наряду с излучением, обусловленным изотопами Ga<sup>67</sup> (3,2 дня), Zn<sup>65</sup> (245 дней), образующимися по реакциям  $(p, \gamma)$ ,  $(p, n)$ ,  $(p, d)$ , и излучением, соответствующим периоду полураспада около 10 ч и обусловленным изотопами Cu<sup>64</sup> (12,8 ч) и Ga<sup>66</sup> (9,4 ч), получающимися в результате реакций  $(p, \alpha)$  и  $(p, n)$ , наблюдалось мягкое  $\gamma$ -излучение, интенсивность которого изменяется вначале с периодом, в два раза меньшим, а затем значительно большим, чем период полураспада Ga<sup>67</sup>. Интенсивность линии  $\gamma$ -спектра в области 800 кэв изменяется с существенно большим периодом. Эту активность можно приписать изотопам никеля, образующимся в реакциях с освобождением трех единиц заряда и восьми-деяти единиц массы:



Образование Ni<sup>56</sup> при бомбардировке цинка протонами с энергией 340 Мэв наблюдалось [1] по образованию его дочернего продукта (Co<sup>56</sup>) в химически выделенном никеле.

Для проверки сделанного выше предположения [см. уравнение (1)] был проведен опыт с химическим выделением как никеля, так и кобальта из облученного протонами цинка, всех примесей в котором было меньше 0,001%. Химическое выделение производилось сразу после окончания облучения. Активность выделенных продуктов изучалась на сцинтилляционном 100-канальном  $\gamma$ -спектрометре в области энергий ниже 1300 кэв. Измерения были начаты через две с половиной недели и прекращены через четыре с половиной месяца после окончания облучения. В начале измерений загрузка спектрометра превышала 10<sup>4</sup> имп/мин.

На рис. 1, а, б даны кривые распада для никеля и кобальта, выделенных из цинка, облученного протонами с энергией ~ 30 Мэв. Как известно, никель и кобальт трудно разделяются химически, и поэтому в случае активности, связанной с изотопом никеля, можно ожидать только ее превышения в химически выделенном никеле над соответствующей активностью в химически выделенном кобальте.

Было построено 14 кривых распада, относящихся к отдельным линиям  $\gamma$ -спектров химически выделенных никеля и кобальта. В качестве иллюстрации изме-