

В. Б. ЛИБРОВИЧ, В. М. ЛИСИЦЫН

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ПОТОКА С ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИЕЙ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЛАМЕНИ

(Представлено академиком Я. Б. Зельдовичем 14 VII 1975)

В турбулентных потоках газа горение распространяется с большими скоростями: крупномасштабные пульсации скорости потока искривляют фронт пламени и увеличивают его поверхность, мелкомасштабные — интенсифицируют процессы переноса внутри фронта и увеличивают эффективную объемную скорость химического превращения. Характерным размером, определяющим границу между крупномасштабными и мелкомасштабными пульсациями, является диффузионно-тепловая ширина фронта пламени.

Не только турбулентность воздействует на горение, но имеется и обратное влияние на турбулентность; при теоретическом и экспериментальном изучении турбулентного горения необходимо одновременно учитывать эти два обстоятельства. В дальнейшем будем рассматривать стационарный однородный поток газа; изменение энергии турбулентного движения в нем описывается уравнением (¹⁻³)

$$\frac{d}{dx}[\langle E \rangle \langle u \rangle + \langle E u_1' \rangle] = -\langle \rho \rangle \langle u_1'^2 \rangle \frac{d\langle u \rangle}{dx} - \langle \rho' u_1' \rangle \langle u \rangle \frac{d\langle u \rangle}{dx} + \\ + \left(\Psi - \left\langle \sigma_{i\alpha}' \frac{du_i'}{\partial x_\alpha} \right\rangle \right) + \left\{ \frac{d}{dx} \left[\langle u_i' \sigma_{i\alpha}' \rangle - \langle p' u_1' \rangle + \left\langle p' \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} \right\rangle \right] \right\}; \quad (1)$$

здесь ρ — плотность жидкости, u_i — компоненты скорости, p — давление, $\sigma_{i\alpha}$ — тензор вязких напряжений, x — координата, $E = \rho u_i' u_i' / 2$ — мгновенное значение энергии пульсационного движения в единице объема. Скобка $\langle \cdot \rangle$ обозначает среднее значение гидродинамического параметра, а штрих — отклонение мгновенного значения параметра от его среднего значения.

Выражение в квадратных скобках в левой и правой частях уравнения (1) описывает перераспределение энергии пульсационного движения в пространстве, связанное с переносом энергии турбулентного движения осредненным потоком, $\langle E \rangle \langle u \rangle$, турбулентной диффузией, $\langle E u_1' \rangle$, пульсациями давления, $\langle p' u_1' \rangle$, и пульсациями вязких напряжений, $\langle \sigma_{i\alpha}' u_i' \rangle$. Первый и второй члены правой части характеризуют обмен энергией между турбулентным движением и средним потоком газа и работу по турбулентному переносу массы в поле ускорения осредненного течения. Выражение в круглых скобках описывает приток энергии Ψ турбулентного движения из области ее возникновения и диссипацию энергии турбулентного движения за счет сил вязкости, $\langle \sigma_{i\alpha}' \partial u_i' / \partial x_\alpha \rangle$. До пламени приток и диссипация взаимно компенсируются, чем и обеспечивается стационарность турбулентности исходного потока. Поскольку в дальнейшем нас будет интересовать взаимодействие между турбулентностью и химической реакцией при горении, будем пренебрегать поправочным влиянием нарушения этого баланса на изменение турбулентности в пламени. Кроме того, ограничиваясь случаем развитой турбулентности со слабой анизотропией, в уравнении (1) опустим первый и второй члены фигурной скобки (²).

В (4) показано, что работа пульсаций давления на тепловом расширении газа $\langle p' \partial u_i' / \partial x_i \rangle$, возникающая вследствие влияния пульсаций давления на скорость химической реакции, приводит к генерированию турбулентности. Однако этот эффект существен при больших пульсационных скоростях, сравнимых со звуковыми, и в пламенах им можно пренебречь.

В уравнение (1) входят корреляционные функции, которые необходимо определять, рассматривая дополнительные уравнения и гипотезы. Выпишем осредненное уравнение теплопроводности сжимаемого газа:

$$\langle \rho \rangle_0 \langle u \rangle_0 d\langle T \rangle / dx = -d(\langle \rho \rangle \langle u_1' T' \rangle) / dx + q \langle \Phi \rangle / C_p, \quad (2)$$

уравнение неразрывности:

$$\langle \rho \rangle \langle u \rangle + \langle \rho' u_1' \rangle = \langle \rho \rangle_0 \langle u \rangle_0 \quad (3)$$

и уравнение состояния:

$$\langle \rho \rangle \langle T \rangle + \langle \rho' T' \rangle = \langle \rho \rangle_0 \langle T \rangle_0. \quad (4)$$

Из уравнений теплопроводности и состояния, записанных для мгновенных величин, можно получить уравнение для ускорения осредненного потока:

$$\langle \rho \rangle_0 \langle T \rangle_0 d\langle u \rangle / dx = q \langle \Phi \rangle / C_p; \quad (5)$$

здесь T — температура, q — тепловой эффект реакции, C_p — теплоемкость газа при постоянном давлении, Φ — скорость реакции, $\langle \Phi \rangle$ — осредненная скорость реакции.

В силу резкой нелинейной зависимости скорости реакции от температуры $\langle \Phi(T) \rangle$ может значительно отличаться от $\Phi(\langle T \rangle)$. Учитывая это обстоятельство, будем использовать аппроксимацию для $\langle \Phi \rangle$, предложенную в (5):

$$\langle \Phi \rangle = 0,5 [\Phi(\langle T \rangle + T_a') + \Phi\langle T \rangle - T_a'],$$

где T_a' — среднеквадратичное значение пульсации температуры.

Согласно (5) ускорение осредненного потока происходит только в зоне реакции из-за прогрева газа теплом, выделяющимся при химической реакции, и непосредственно не связано с прогревом газа турбулентной теплопроводностью.

Для замыкания системы уравнений (1)–(5) воспользуемся гипотезами Прандтля (2), согласно которым

$$T_a' = l |d\langle T \rangle / dx|, \quad \langle f_j' u_1' \rangle = -v_j l \langle e \rangle^{1/2} (d\langle f_j \rangle / dx),$$

где $f_1' = T'$, $f_2' = \rho'$, $f_3' = u_i' u_i'$, l — масштаб турбулентности, $\langle e \rangle = \langle u_i' u_i' \rangle / 2$ — энергия пульсационного движения единицы массы, v_j — безразмерные коэффициенты пропорциональности. Можно показать, что ошибки, вносимые гипотезами Прандтля, соизмеримы с величиной корреляции $\langle \rho' T' \rangle$, которую по этой причине в уравнении состояния (4) можно опустить.

Взаимодействие пламени с развитой мелкомасштабной турбулентностью будет различным в зависимости от соотношения между масштабом турбулентности l и характерным размером в пламени, который можно определить как $L = (l \langle e \rangle_0^{1/2} t_r)^{1/2}$, где $t_r = [k \exp(-E/R\langle T \rangle_k)]^{-1}$ — характерное время химической реакции, E — энергия активации, R — газовая постоянная, k — предэкспоненциальный множитель.

При малых масштабах турбулентности ($l \leq L$) влияние пульсаций температуры на среднюю скорость реакции невелико и турбулентное пламя имеет такую же структуру, как и ламинарное (рис. 1а) (6). Вследствие узости зоны реакции x_2 по сравнению с зоной подогрева $x_1 \sim l \langle e \rangle_0^{1/2} / \langle u \rangle_0$ конвективный перенос массы, тепла и энергии турбулентного движения в зоне реакции оказывается несущественным по сравнению с турбулент-

ным переносом: число Пекле $\pi = x_2 \langle u \rangle_0 / l \langle e \rangle_0^{1/2} = x_2 / x_1$ мало. В зоне подогрева можно пренебречь тепловыделением от реакции, а следовательно, ускорением осредненного потока. При таких упрощениях, как и в теории нормального распространения пламени ⁽⁶⁾, можно найти приближенное решение системы уравнений (1)–(5) в зоне подогрева (x_1) и в зоне реакции (x_2).

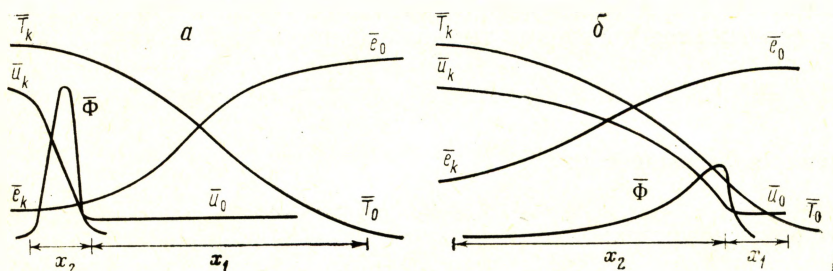


Рис. 1. Структура мелкомасштабного турбулентного пламени: а — $l \leq L$, б — $l > L$; черта — среднее значение параметра

Записывая с помощью полученных решений условия сохранения потока тепла и энергии турбулентного движения при переходе из зоны подогрева в зону реакции, получим соотношения, определяющие энергию турбулентного движения за пламенем и скорость нормального распространения мелкомасштабного турбулентного пламени:

$$\langle e \rangle_k = \langle e \rangle_0 \varphi^2(s) [3\alpha / (5\alpha - 2)], \quad \langle u \rangle_0 = \langle v \rangle_0 (\langle e \rangle_k / \langle e \rangle_0)^{1/4}. \quad (6)$$

Индексами нуль и k отмечены значения параметров до и после пламени, $\langle v \rangle_0$ — скорость турбулентного горения, рассчитанная без учета затухания турбулентности в пламени и без учета влияния пульсаций температуры на среднюю скорость реакции,

$$\alpha = \langle T \rangle_k / \langle T \rangle_0, \quad \varphi(s) = [(1 + s^4)^{1/2} - 1] / s^2, \\ s = 4 \langle e \rangle_0^{1/2} / \alpha \langle v \rangle_0, \quad \langle v \rangle_0 = [(l \bar{e}_0^{-1/2} / t_k) (2 / \alpha^2)]^{1/2} \theta_0.$$

Увеличение масштаба турбулентности ($l > L$), а следовательно, и пульсаций температуры приводит к смещению максимума скорости реакции в область начальных температур и к растяжению зоны реакции по сравнению с зоной подогрева (рис. 1б) ⁽⁵⁾. При этом турбулентный перенос массы, тепла и энергии турбулентного движения в зоне реакции вследствие ее растяжения оказывается пренебрежимым по сравнению с конвективным переносом: число Пекле $\pi \approx x_2 / x_1$ велико. В зоне подогрева можно пренебречь тепловыделением от реакции и ускорением осредненного потока. В таком приближении выкладки, аналогичные предыдущему случаю ($l \leq L$), приводят к соотношениям

$$\frac{\langle e \rangle_k}{\langle e \rangle_0} \approx \alpha^{-2/3} \left[1 - \frac{r(\alpha)}{\varepsilon} \right]^2, \quad \frac{\langle u \rangle_0}{\langle v \rangle_0} = 0,06F \left[1 + \left(1 + \frac{8\alpha(\Theta_0 - 1)}{F} \right)^{1/2} \right], \\ \varepsilon = \frac{\langle e \rangle_0^{1/2}}{\langle u \rangle_0}, \quad r(\alpha) = \frac{9\alpha^{4/3} - 12\alpha + 3}{8}, \quad \Theta_0 = \frac{E}{R \langle T \rangle_k^2} (\langle T \rangle_k - \langle T \rangle_0), \quad F = \frac{l}{L}.$$

Согласно (6), (7) затухание энергии пульсационного движения тем сильнее, чем больше перепад температуры в пламени и меньше пульсационная скорость исходного потока. При малых масштабах турбулентности ($F \leq 1$) поток за пламенем всегда остается турбулизированным, а с увеличением масштаба возрастает работа по переносу турбулентного потока массы в поле ускорения осредненного потока и возможна полная ламинаризация потока (если $r/\varepsilon > 1$).

Скорость пламени зависит от энергии пульсационного движения $\langle e \rangle$ на границе, разделяющей зону подогрева и зону реакции. Поэтому при $F \leq 1$, когда $\langle e \rangle_* \sim \langle e \rangle_n$, затухание турбулентности оказывает заметное обратное влияние на скорость пламени (рис. 1а), а при $F > 1$, когда $\langle e \rangle_* \sim \langle e \rangle_0$, влияние затухания на скорость пламени имеет поправочный характер (рис. 1б).

Институт проблем механики
Академии наук СССР
Москва

Поступило
1 VII 1975

ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. Н. Колмогоров, Изв. АН СССР, сер. физич., т. 6, № 1-2 (1942). ² А. С. Мошин, А. М. Яглом, Статистическая гидромеханика, М., «Наука», 1967. ³ Г. И. Баренблатт, ПММ, т. 17, 3, 261 (1953). ⁴ В. Б. Либрович, В. И. Лисицын, Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 4, 74 (1975). ⁵ В. С. Баушев, В. Н. Вилунов, там же, № 3, 65 (1972). ⁶ Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий, ЖФХ, т. 12, 100 (1938).