

А. Т. ОНУФРИЕВ, академик С. А. ХРИСТИАНОВИЧ

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ТУРБУЛЕНТНОГО ДВИЖЕНИЯ В ВИХРЕВОМ КОЛЬЦЕ

1. В связи с рядом практических приложений в последние годы проводится интенсивное исследование закономерностей движения вихревых колец. При большом значении числа Рейнольдса, определенном по величинам начального радиуса и скорости вихря, движение в ядре вихря и в переносимой им «атмосфере» становится турбулентным. До самого последнего времени данных о структуре течения в вихре было недостаточно. В работах ^(1, 2) обнаружены интересные особенности турбулентного режима течения в вихре.

В работе ⁽¹⁾ в опытах показано, что в ядре вихря масштаб турбулентного движения значительно меньше масштаба в «атмосфере» вихря, и отмечено, что турбулентные пульсации скорости в ядре вихря подавлены. В работе В. Ф. Тарасова ⁽²⁾ прямыми опытами с подкраской части вихревого ядра показано существование анизотропии в процессе переноса примеси: в радиальном направлении перенос значительно меньший, чем в осевом. Подавление турбулентных пульсаций отмечено также при экспериментальном исследовании течения во вращающейся вокруг продольной оси цилиндрической круглой трубе ⁽³⁾.

2. В данной работе проводится теоретическое рассмотрение наблюдаемых эффектов. Рассмотрено в качестве примера плоское осесимметричное течение. Ось вращения z направлена перпендикулярно плоскости r, φ . Такой поток моделирует течение в элементе вихревого кольца. Число Рейнольдса предполагаем большим и пренебрегаем процессами молекулярной диффузии. Для диссипативных слагаемых принято соотношение, получаемое из соображений размерности. Для слагаемых, описывающих воздействие пульсаций давления на обмен энергией по разным направлениям, принято приближение Ротта ^(4, 5). Диффузией, связанной с пульсациями давления, пренебрегаем. Интенсивность турбулентности предполагаем малой.

В ядре вихря и вне его существует градиент давления, связанный с существованием в потоке центробежной силы. Давление понижается по направлению к оси вращения вихря. Рассматривается случай постоянной плотности *.

Уравнения переноса записываются для составляющих вектора скорости, тензора рейнольдсовых напряжений, вектора турбулентного потока примеси и др.

В данном случае

$$\langle V_\varphi \rangle = V(r), \quad \langle V_r \rangle = \langle V_z \rangle = 0;$$

знак $\langle \cdot \rangle$ означает среднее значение; $\tau = AL \langle E \rangle^{-1/2}$, энергия пульсационного турбулентного движения

$$\langle E \rangle = \frac{\langle v_r^2 \rangle + \langle v_\varphi^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle}{2},$$

L — масштаб.

* Когда плотность в центре вихря изменяется, в потоке существуют и пульсации плотности, которые следует учесть в слагаемых, описывающих работу центробежной силы при турбулентных смещениях элементов жидкости. Тогда возникают дополнительные эффекты, аналогичные наблюдаемым в среде с переменной плотностью при действии поля силы тяжести при наличии стратификации среды.

Уравнение для энергии турбулентных пульсаций имеет вид

$$\frac{\partial \langle E \rangle}{\partial t} + \langle v_r v_\varphi \rangle \left(\frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \langle v_r E \rangle = - \frac{a \langle E \rangle}{\tau}.$$

Второе слагаемое в круглых скобках соответствует дополнительному расходу пульсационной энергии на работу против центробежной силы.

Рассматриваются две модельные задачи. В ядре вихря $V = \Omega r$; в окружающем ядро потоке $V = \Omega r_0^2 r^{-1}$, где $\Omega = \text{const}$; r_0 — радиус ядра.

Если принять справедливость широко используемого в полуэмпирической теории турбулентного переноса предположения о локальном балансе в уравнениях переноса для турбулентных напряжений и потоков (пренебрежение процессами турбулентной диффузии), то получим:

уравнения для составляющих тензора напряжений:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \langle v_z^2 \rangle}{\partial t} &= \frac{\alpha}{\tau} (2/3 \langle E \rangle - \langle v_z^2 \rangle) - \frac{a}{2\tau} \langle v_z^2 \rangle \\ \frac{1}{2} \frac{\partial \langle v_\varphi^2 \rangle}{\partial t} + \langle v_\varphi v_r \rangle \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} \right) &= \frac{\alpha}{\tau} (2/3 \langle E \rangle - \langle v_\varphi^2 \rangle) - \frac{a}{2\tau} \langle v_\varphi^2 \rangle, \\ \frac{1}{2} \frac{\partial \langle v_r^2 \rangle}{\partial t} - \frac{2V}{r} \langle v_\varphi v_r \rangle &= \frac{\alpha}{\tau} (2/3 \langle E \rangle - \langle v_r^2 \rangle) - \frac{a}{2\tau} \langle v_r^2 \rangle, \\ \frac{\partial \langle v_r v_\varphi \rangle}{\partial t} + \langle v_r^2 \rangle \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V(\langle v_r^2 \rangle - 2\langle v_\varphi^2 \rangle)}{2} &= - \frac{a + 2\alpha}{\tau} \langle v_\varphi v_r \rangle; \end{aligned}$$

приближенные соотношения для турбулентных потоков:

$$\begin{aligned} \langle v_r^2 \rangle \frac{\partial \langle C \rangle}{\partial r} - \frac{2V}{r} \langle c' v_\varphi \rangle &= - \frac{a_1 + \alpha_1 + \beta_1}{\tau} \langle c' v_r \rangle, \\ \langle v_\varphi v_r \rangle \frac{\partial \langle C \rangle}{\partial r} + \langle c' v_r \rangle \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{\tau} \right) &= - \frac{a_1 + \alpha_1 + \beta_1}{\tau} \langle c' v_\varphi \rangle; \\ \langle v_z^2 \rangle \frac{\partial \langle C \rangle}{\partial z} &= - \frac{a_1 + \alpha_1 + \beta_1}{\tau} \langle c' v_z \rangle, \end{aligned}$$

где $A, \alpha, a, a_1, \alpha_1, \beta_1$ — эмпирические постоянные.

В полученных соотношениях главные направления осей тензора коэффициентов турбулентной диффузии не совпадают с направлениями осей координат. Возможность таких случаев отмечалась, например, в работах (⁴, ⁶).

Рассмотрим ядро вихря. Напряжение трения и отклонения интенсивностей турбулентности по разным направлениям от изотропного распределения, если они были в начальный момент времени, стремятся к нулю быстрее, чем затухает энергия пульсационного движения. Поэтому в ядре вихря имеем

$$\langle v_r^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \langle v_\varphi^2 \rangle = 2/3 \langle E \rangle,$$

$$\langle v_\varphi v_r \rangle = 0,$$

$$\begin{aligned} \langle c' v_r \rangle &= - \frac{\tau \langle v_r^2 \rangle \partial \langle C \rangle / \partial r}{(a_1 + \alpha_1 + \beta_1) [1 + 4(\Omega \tau)^2 / (a_1 + \alpha_1 + \beta_1)^2]}, \\ \langle c' v_z \rangle &= - \frac{\tau \langle v_z^2 \rangle \partial \langle C \rangle / \partial z}{a_1 + \alpha_1 + \beta_1}. \end{aligned}$$

В уравнении переноса для энергии пульсационного движения

$$\langle v_{\varphi} v_r \rangle \left(\frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r} \right) = 0.$$

То, что напряжение трения обращается в нуль, можно было бы ожидать по аналогии со случаем ламинарного движения в ядре с постоянной завихренностью.

Вне ядра вихря величина $V/r = \Omega r_0^2 / r^2$ быстро убывает, и вдали от ядра получаются обычные соотношения для описания турбулентного переноса.

Таким образом, в ядре вихря подавляется порождение энергии турбулентного движения. Одновременно возникает сильная анизотропия турбулентного переноса примеси. Это является следствием того, что величина потока $\langle c' v_{\varphi} \rangle$ не равна нулю. «Коэффициент турбулентности диффузии» в осевом направлении может быть значительно большим, чем в радиальном. По-видимому, указанным выше характером турбулентного переноса объясняется длительное устойчивое существование вихревых колец. Такое воздействие вращения на турбулентный перенос может иметь значение в ряде метеорологических явлений и в технике.

Московский физико-технический институт
Долгопрудный Московской обл.

Поступило
23 XII 1975

Институт проблем механики
Академии наук СССР
Москва

ЛИТЕРАТУРА

- ¹ T. Maxworthy, J. Fluid Mech., v. 64, Part 2, 227 (1974). ² В. Ф. Тарасов, В. И. Якушев, Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 1 (1974); В. Ф. Тарасов, Автореф. канд. дисс., Новосибирск, Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1975. ³ А. И. Борисенко, О. Н. Костиков, В. И. Чумаченко, Сб.: Некоторые вопросы исследования вихревого эффекта и его промышленного применения, Куйбышев, 1974, стр. 268. ⁴ А. С. Монин, А. М. Яглом, Статистическая гидромеханика, ч. 1, М., «Наука», 1967. ⁵ А. Т. Онуфриев, Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 2, 62 (1970). ⁶ C. P. Donaldson, AIAA J., v. 10, № 1 (1972); пер. Ракетная техника и космонавтика, т. 10, № 1, 4 (1972).