

Д. И. ПЕННЕР, Я. Б. ДУБОШИНСКИЙ, Д. Б. ДУБОШИНСКИЙ,
М. И. КОЗАКОВ

ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЕЗОНАТОРОВ

(Представлено академиком И. К. Кикоиным 23 XII 1975)

Из многочисленных наблюдений и опытных фактов известно, что, при определенных условиях объекты самой различной физической природы имеют тенденцию к группированию. В работе изучаются — с точки зрения классической физики — пондеромоторные взаимодействия подвижных резонаторов, находящихся под воздействием электромагнитных волн, в процессе группирования этих резонаторов в некоторое механически устойчивое образование.

Минимальное число степеней свободы, характеризующее движения в системе подвижных резонаторов и не изменяющее общности рассуждений, равно трем. Рассмотрены взаимодействия двух линейных резонаторов, имеющих индуктивную, емкостную и диссипативную связи. Условно принимается, что один из резонаторов неподвижен, а другой имеет одну механическую степень свободы вдоль линии, соединяющей их центры. При изменении расстояния между резонаторами изменяются взаимные связи, которые приводят к изменению токов в обоих резонаторах и к изменению пондеромоторных сил между ними.

Пусть X_1 , X_2 и X_3 — обобщенные координаты электромеханической системы, где X_1 и X_2 — заряды в первом и втором резонаторах соответственно, X_3 — координата смещения одного резонатора относительно другого.

При медленно изменяющихся параметрах взаимных связей уравнения движений запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} \beta_{11}\ddot{X}_1 + \varepsilon_{11}\dot{X}_1 + a_{11}X_1 \pm \beta_{12}\ddot{X}_2 + \varepsilon_{12}\dot{X}_2 + a_{12}X_2 &= \Phi_1(X_1, \dot{X}_1, X_2, \dot{X}_2, t), \\ \pm \beta_{21}\ddot{X}_1 + \varepsilon_{21}\dot{X}_1 + a_{21}X_1 + \beta_{22}\ddot{X}_2 + \varepsilon_{22}\dot{X}_2 + a_{22}X_2 &= \Phi_2(X_1, \dot{X}_1, X_2, \dot{X}_2, t), \\ \beta_{33}\ddot{X}_3 + \varepsilon_{33}\dot{X}_3 + f_1(\beta_{12}, \beta_{21}, X_3)\dot{X}_1\dot{X}_2 + f_2(a_{12}, a_{21}, X_3)X_1X_2 &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где β_{ls} , a_{ls} , ε_{ls} , l , $s=1, 2$, — собственные и взаимные коэффициенты индуктивности, емкости и сопротивления соответственно; β_{33} — масса подвижного резонатора; ε_{33} — коэффициент трения подвижного резонатора; $f_1\dot{X}_1\dot{X}_2$ и $f_2X_1X_2$ — пондеромоторные силы.

В общем случае как электрические, так и механические движения в системе подвижных резонаторов под действием монохроматической электромагнитной волны могут осуществляться на ряде частот. Поэтому выделим из общего явления основные группы колебательных процессов: возбуждение вынужденных электрических колебаний в связанной электромеханической системе резонаторов, возбуждение колебаний в одном резонаторе под действием электромагнитных волн на частотах, близких к собственным, и др.

Остановимся на изучении первой группы колебательных процессов. Введем ряд упрощающих предположений.

Суммарное действие электромагнитных волн одной и той же частоты (как по всем направлениям, так и с полупространства) на резонаторы, находящиеся на фиксированном расстоянии, при определенных условиях может быть тождественно заменено действием одного сосредоточенного ис-

точника э.д.с. с поправкой по частоте. Поэтому будем считать, что в цепи только одного из резонаторов действует источник гармонической силы частоты Ω . Будем считать, что $\beta_{11}=\beta_{22}$, $\varepsilon_{11}=\varepsilon_{22}$, $a_{11}=a_{22}$, $a_{12}=a_{21}$, $\varepsilon_{12}=\varepsilon_{21}$, $\beta_{12}=\beta_{21}$, $Q_0=n/(2\delta)\gg 1$, $n=a_{11}/\beta_{11}$, $\delta=\varepsilon_{11}/2\beta_{11}$.

Решение уравнений (1) может быть представлено в виде

$$X_1=Ae^{j\Omega t}, \quad X_2=Be^{j\Omega t}. \quad (2)$$

С учетом принятых предположений преобразуем уравнения (1) к виду

$$\begin{aligned} \dot{X}_1+2\delta\dot{X}_1+n^2X_1+\gamma_1\dot{X}_2+2\delta\kappa\dot{X}_2+\gamma_2n^2X_2&=Ee^{j\Omega t}, \\ \gamma_1\dot{X}_1+2\delta\kappa\dot{X}_1+\gamma_2n^2X_1+\dot{X}_2+2\delta\dot{X}_2+n^2X_2&=0, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\beta_{33}\dot{X}_3+\varepsilon_{33}\dot{X}_3+\beta_{11}\frac{\partial\gamma_1}{\partial X_3}\dot{X}_1\dot{X}_2+a_{11}\frac{\partial\gamma_2}{\partial X_3}X_1X_2=0,$$

где $\gamma_1=\beta_{12}/\beta_{11}$, $\gamma_2=a_{12}/a_{11}$, $\kappa=\varepsilon_{12}/\varepsilon_{11}$ — приведенные коэффициенты взаимных связей, которые в процессе изменения координаты X_3 могут изменяться следующим образом:

$$-1\leq\gamma_1\leq 1, \quad 0\leq\kappa\leq 1, \quad 0\leq\gamma_2\leq 1.$$

Из первых двух уравнений системы (3) выразим амплитуды координат X_1 и X_2 по ортогональным единичным базисам i и k :

$$\begin{aligned} A&=N[(n^2-\Omega^2)i+2\delta\Omega\kappa], \\ B&=N[(n^2\gamma_2-\gamma_1\Omega^2)i+2\delta\Omega\kappa k], \end{aligned} \quad (4)$$

где N — коэффициент, зависящий от параметров резонаторов, а также от амплитуды и частоты воздействующей силы.

Осредненная за период пондеромоторная сила взаимодействия резонаторов определяется скалярным произведением амплитуд токов, причем

$$\cos(\dot{X}_1\dot{X}_2)=\frac{(n^2-\Omega^2)(\gamma_1\Omega^2-n^2\gamma_2)-4\delta^2\Omega^2\kappa}{\sqrt{(n^2-\Omega^2)^2+4\delta^2\Omega^2}\sqrt{(n^2\gamma_2-\gamma_1\Omega^2)^2+4\delta^2\Omega^2\kappa^2}}.$$

Условием равновесия резонаторов является

$$(n^2-\Omega^2)(\gamma_1\Omega^2-n^2\gamma_2)=4\delta^2\Omega^2\kappa. \quad (5)$$

Для исследования на устойчивость составим линеаризованное уравнение для малых отклонений от состояния равновесия X_{30} . Смещение резонаторов из состояния равновесия вызовет изменение коэффициентов индуктивной, емкостной и диссипативной связей. Изменение связей приведет к изменению токов, в результате чего между резонаторами возникнут пондеромоторные силы. Выражая смещение ξ через изменение токов и зарядов, получим

$$\beta_{33}\ddot{\xi}+\varepsilon_{33}\dot{\xi}+K\xi=0, \quad (6)$$

где K — коэффициент, зависящий от параметров резонаторов, амплитуды и частоты внешней силы, а также от законов изменения индуктивной, емкостной и диссипативной связей по координате X_3 (при данном X_{30}).

Из уравнения (6) следует, что положение равновесия всегда устойчиво, если $K>0$. При значениях $K>\varepsilon_{33}^2/(4\beta_{33})$ или $\varepsilon_{33}^2/(4\beta_{33})\geq K>0$ положение равновесия на фазовой плоскости является особой точкой типа устойчивого фокуса либо устойчивого узла соответственно. Условием существования этого состояния является наличие диссипативной связи ($\varepsilon_{12}\neq 0$) и затухания ($\varepsilon_{11}\neq 0$) парциальных резонаторов. Данное положение устойчивого равновесия определяется только частотой Ω внешней э.д.с. или соответствующей длиной электромагнитной волны λ и не зависит от их амплитуды.

В том случае, если положение равновесия устойчиво, система резонаторов представляет собой единое механически устойчивое образование.

При изменении длины электромагнитной волны или частоты тождественно проявляющего свое действие источника э.д.с. изменяются параметры связей электромеханической системы резонаторов, что приводит к появлению не равных нулю осредненных пондеромоторных сил, под действием которых резонаторы приходят в новое устойчивое положение равновесия, соответствующее данной длине волны.

Для определения резонансных частот ω_1 и ω_2 электромеханического образования резонаторов рассмотрим свободные колебания связанной системы в предположении, что резонаторы зафиксированы на определенном расстоянии один от другого, определяемом длиной волны или соответствующей частотой Ω_0 источника э.д.с. Согласно условию (5), данной частоте внешней силы соответствуют определенные значения коэффициентов связей γ_{10} , γ_{20} и κ_0 . Полагая резонаторы высокодобротными, получим для резонансных частот системы

$$\omega_1 = n \sqrt{\frac{1 - \gamma_{20}}{1 - \gamma_{10}}}, \quad \omega_2 = n \sqrt{\frac{1 + \gamma_{20}}{1 + \gamma_{10}}}.$$

Представим условие (5) в ином виде, обозначив величиной η отношение частоты парциальной системы к частоте внешней силы $\eta = n/\Omega$:

$$Q_0^2 (\gamma_{10} - \gamma_{20} \eta^2) (\eta^2 - 1) = \eta^2 \kappa_0.$$

Нетрудно показать, что при $\eta > 1$

$$\omega_2^2 = \Omega_0^2 \frac{\eta^2 + \gamma_{20}}{1 + \gamma_{10}}$$

Это означает, что

$$\Omega_0 \leq \omega_2 \leq n \leq \omega_1.$$

Для случая, когда $0 \leq \eta \leq 1$,

$$\Omega_0 \geq \omega_2 \geq n \geq \omega_1.$$

Полученные соотношения выражают закон соответствия одной из частот электромеханического образования резонаторов частоте внешней э.д.с. или соответствующей длине электромагнитной волны.

В общем случае расстояние между резонаторами, коэффициенты связей и добротности (на частотах связи ω_1 и ω_2) электромеханического образования как функции длины электромагнитной волны (или частоты внешней э.д.с.) являются кусочно-непрерывными зависимостями. В некоторых особых точках они испытывают скачки первого рода. Вне особых точек при медленном монотонном изменении частоты внешнего воздействия монотонно и непрерывно изменяются коэффициенты связей, добротности на частотах связи и расстояние между резонаторами. В области особых точек эти характеристики электромеханического образования резонаторов испытывают скачки. Одной из особых точек является значение парциальной частоты резонаторов.

Состояние устойчивого равновесия резонаторов характеризуется неравенством нулю коэффициента диссипативной связи. Если коэффициент диссипативной связи равен нулю, устойчивое равновесие резонаторов не достигается, так как при любом расстоянии между резонаторами не равна нулю осредненная за период пондеромоторная сила. Тем не менее, в силу инерционности, резонаторы могут в зависимости от частоты внешней силы в этом случае поддерживать определенное взаимное расположение, которое следовало бы назвать положением «квазиравновесия».

Наличие состояния механического «квазиравновесия», зависимость расстояния между резонаторами в этом состоянии от частоты внешнего воздействия, а также независимость расстояния между резонаторами от внешней э.д.с. подтверждены экспериментально ⁽¹⁾.

Проведенные нами эксперименты показали, что при некоторых условиях имеет место асинхронный вклад электромагнитной энергии внешней силы в собственные незатухающие движения резонаторов как механических осцилляторов ⁽²⁾.

Следует отметить, что идеи «частотного воздействия» (называемого иногда в литературе «притяжением частот») не новы в физике. Так, например, подобные явления наблюдались в часах, при захватывании лампового генератора, в акустических и электроакустических системах.

Нам представляется, что следует отличать «частотные воздействия» в описанной выше электромеханической модели взаимодействия резонаторов от «частотных воздействий» в явлениях синхронизации. В одном случае имеет место определенное соотношение фаз между внешней силой и обобщенными координатами системы при неизменных ее параметрах. В другом случае «частотные воздействия» происходят из-за изменения параметров системы под действием внешней силы. При этом частота (спектр) поглощения соответствует одной из собственных частот связанной системы, не сводясь к их равенству.

Таким образом, тенденция резонаторов самой различной природы к группированию в устойчивые образования может проявляться в перемещении резонаторов под действием взаимных ponderomotorных сил к состоянию равновесия, при котором сводится к нулю действие этих сил.

Владимирский государственный
педагогический институт
им. П. И. Лебедева-Полянского

Поступило
9 VIII 1973

ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Авт. свид. № 392455. ² Авт. свид. № 330422.