

Литература

1. Astashova, I. On extensibility and asymptotic behavior of solutions to Riccati equations with complex roots of its right-hand side. / I. Astashova, V. Nikishov // Functional differential equations. – 2025. – Vol. 32. – P. 229–239.
2. Асташова, И. В. О зависимости продолжаемости и асимптотических свойств решений уравнения Риккати от корней его правой части / И. В. Асташова, В. А. Никишов // Дифференциальные уравнения. – 2026. – Т. 62, № 4. – С. 14–20.
3. Асташова, И. В. О продолжаемости и качественных свойствах решений уравнения Риккати / И. В. Асташова, В. А. Никишова // УМН. – 2024. – Т. 79, № 2(476). – С. 3–42.
4. Nikishov, V. A. On qualitative and asymptotic properties of solutions to the Riccati equation with stabilizing real roots of the right-hand side / V. A. Nikishov, I. V. Astashova // Reports of QUALITDE–2025. – 2025. – Vol. 4. – P. 144–150.

О СПОСОБЕ НАХОЖДЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ОТРАЖАЮЩЕЙ ФУНКЦИИ НЕЛИНЕЙНОЙ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ДВУХЧАСТОТНЫМ БАЗИСОМ

М.С. Белокурский

Рассмотрим дифференциальную систему

$$\dot{x} = X(t, x), \quad t \in \mathbb{R}, \quad x = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n, \quad (1)$$

с непрерывной по совокупности переменных и непрерывно дифференцируемой по x правой частью. Как известно, отражающая функция Мироненко [1, с. 62] определяется через общее решение дифференциальной системы. Вектор-функция $F = F(t, x) : D(X) \rightarrow \mathbb{R}^n$ является [1, с. 63] отражающей функцией системы (1), тогда и только тогда, когда она удовлетворяет так называемому основному соотношению $F_t + F_x X(t, x) + X(-t, F) = 0$ и начальному условию $F(0, x) \equiv x$. Метод отражающей функции является удобным инструментом качественной теории дифференциальных уравнений, поскольку позволяет решать такие важные задачи, как, например, проблема центра-фокуса. Отсюда возникает вопрос: как найти отражающую функцию, не зная решения дифференциальной системы? Для решения этой задачи мы исходную систему пытаемся свести к системе, отражающую функцию которой мы знаем, и установить их эквивалентность (в смысле совпадения отражающих функций). Помочь в этом может следующий результат [2].

Теорема. Пусть $X(t, x, \psi)$ и $\psi(t, x)$ – непрерывно дифференцируемые вектор-функции, причем $X(t, x, \psi)$ имеет период ω_1 по t , а $\psi(t, x)$ – период ω_2 по t . Если отражающая функция системы

$$\dot{x} = X(t, x, \psi(t, x)) \quad (2)$$

имеет период ω_1 по t и выполнено равенство

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \psi(t, x) dt = 0, \quad (3)$$

то система (2) эквивалентна периодической по t системе $\dot{x} = X(t, x, 0)$ в смысле совпадения отражающих функций.

Эту теорему можно применять для нахождения отражающей функции квазипериодических систем, что проиллюстрирует следующий пример. Рассмотрим уравнение

$$\dot{x} = \cos t + 8(x^3 \sin t - 3x^2 \sin^2 t + 4x \sin^3 t - 2 \sin^4 t) \cos^3 \sqrt{5}t. \quad (4)$$

Решить его обычными методами мы не можем, однако можем найти его отражающую функцию.

Пусть $\psi(t, x) := \cos^3 \sqrt{5}t$. Проверим выполнение условия (3) из следствия:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \cos^3 \sqrt{5}t dt = \frac{3}{4\sqrt{5}} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} 2 \sin \sqrt{5}T + \frac{1}{12\sqrt{5}} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} 2 \sin 3\sqrt{5}T = 0.$$

Тогда уравнение $\dot{x} = X(t, x, 0)$ имеет вид $\dot{x} = \cos t$. Его отражающая функция $F(t, x) = x - 2 \sin t$ имеет период 2π по t . Теперь необходимо проверить, будет ли функция $F(t, x) = x - 2 \sin t$ отражающей функцией уравнения (4). Подставив $F(t, x)$ в основное соотношение для отражающей функции уравнения (4), можно легко убедиться, что оно выполняется.

Таким образом, отражающей функцией уравнения (4) является $F(t, x) = x - 2 \sin t$.

Литература

1. Мироненко, В. И. Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем / В. И. Мироненко. – Гомель : Мин. образов. РБ, УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2004. – 196 с.
2. Белокурский, М. С. Нахождение периодической отражающей функции у почти периодических дифференциальных систем с двумя несоизмеримыми периодами / М. С. Белокурский // Творчество молодых ' 2009: сборник научных работ студентов и аспирантов, в 2 ч. / ГГУ им. Ф. Скорины; редкол.: О. М. Демиденко (отв. ред.) [и др.]. – Гомель, 2009. – Ч. 1. – С. 97–100.

К МНОГОТОЧЕЧНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ С МНОГОТОЧЕЧНЫМ НЕРАЗДЕЛЕННЫМ КРАЕВЫМ УСЛОВИЕМ НА ФУНКЦИЮ СОСТОЯНИЙ

А.Н. Бондарев

Изучается задача построения возможных управлений $u \in C(I, \mathbb{R}^r)$ и соответствующих функций состояний $x \in C^1(I, \mathbb{R}^n)$ на основе системы соотношений

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + Q(t)u, \quad (1)$$

$$x(\tau_s) = x_s, \quad s = \overline{0, m}, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^k M_i x(t_i) = 0, \quad (3)$$

где $A \in C(I, \mathbb{R}^{n \times n})$, $Q \in C(I, \mathbb{R}^{n \times r})$, $I = [0, \omega]$, $0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_m \leq \omega$, $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_k \leq \omega$.

Соотношения (2) представляют собой условия из работы [1]; которые относятся к разделенным краевым условиям; (3) – дискретный аналог изопериметрических ограничений на функцию состояний [2, с. 19], в более общем виде это условие может быть записано так [3, с. 41]

$$\int_0^\omega d\Phi(\tau)x(\tau) = b,$$