

Г. А. КЕЙЛЬМАН, С. Г. ПАНЯК

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МЕТАСОМАТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ИХ ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

(Представлено академиком Д. С. Коржинским 6 VIII 1975)

Быстрое накопление геохимической информации, базирующейся на аналитических данных, сопровождающихся достаточно четкой петрологической и геологической привязкой, предоставляет широкие возможности использовать при их обработке методы математической статистики. Многое в этом направлении уже сделано, однако ряд вопросов остается еще далеким от положительного решения. Так, например, дискуссионной до сих пор является возможность определения генезиса или условий изменения горных пород на основе анализа закономерностей распределения содержания в них химических элементов. В тех или иных аспектах этот вопрос рассматривался неоднократно (²⁻⁴, ⁸, ⁹, ¹¹, ¹³⁻¹⁵). И все же, несмотря на большое количество работ в этой области, общепринятой методики геолого-геохимической интерпретации кривых распределения породообразующих компонентов не разработано. Предложенные разными авторами частные математические модели привели к различным, иногда противоречивым, выводам, что позволило Д. М. Шоу (¹⁵) сделать заключение об отсутствии универсальных законов, пригодных для описания распределений всех химических элементов в общей совокупности пород. Такое заключение в целом правомерно, так как механизм накопления того или иного химического компонента в породах при различных петрогенетических процессах существенно различен. Представляется несомненным, однако, что в большинстве случаев получаемые результаты могут успешно использоваться при моделировании отдельных геологических процессов.

Характер кривых распределения содержаний главных породообразующих окислов в магматических (интрузивных) породах изучен достаточно обстоятельно. Большинство исследователей отмечает согласие эмпирических кривых распределения с нормальной теоретической моделью, что отчетливо подтвердилось при изучении мигматитовых комплексов Урала (⁶, ⁷).

В противоположность магматическим породам, характер кривых распределения породообразующих компонентов в метаморфических породах практически не изучен, что объясняется, по-видимому, отсутствием в предшествующие годы достаточно представительных аналитических данных, характеризующих единые в пространственном и петрогенетическом отношении группы пород.

Исследование, выполненное на основе обширного петрохимического материала, позволило установить, что для большинства породообразующих окислов кривые распределения их содержаний в метаморфических породах характеризуются отчетливо выраженной асимметрией. При этом, кроме нормальной модели, встречающейся исключительно редко, отмечаются кривые как с левосторонней, так и с правосторонней асимметрией. Все типы кривых распределения породообразующих окислов девяти петрохимических разновидностей метаморфических пород приведены на рис. 1. Выделяются логнормальные (а) и g-нормальные (б) модели, представляющие собой зеркальные отображения друг друга, распределения Пуассона

(рис. 1 *в, з*), а также более сложные распределения, обладающие большой положительной или отрицательной асимметрией (*б, е*). Примечательно, что все химические компоненты, за исключением Fe_2O_3 , содержание которого, очевидно, в значительной степени регламентируется потенциалом кислорода, в тех или иных случаях могут обладать различными типами кривых, что исключает предположение о влиянии характера опробования на законы распределения, а также свидетельствует об отсутствии зависимости типов кривых от методики петрохимических пересчетов, возможность которых отмечалась ранее (^{1, 12}).

Согласно теоретическим предпосылкам, отклонения от нормальной модели (асимметрия кривых распределения) могут наблюдаться в случаях, когда влияние одного из факторов, определяющих характер распределения, становится доминирующим. В данном случае было выдвинуто предположение о ведущей роли в распределении химических компонентов метасоматических процессов. С целью проверки предположения рассчитывались различные математические модели. Одна из моделей, основанная на применении центральной предельной теоремы А. М. Ляпунова, оказалась в полном согласии с эмпирическими данными. Моделируя особенности геохимии метасоматического процесса, получили все типы эмпирических кривых, приведенных на рис. 1.

Учитывая механизм диффузионного перемещения вещества при метасоматических процессах, можно полагать, что привнос (вынос) компонента Δx_i в момент t_i будет функционально зависеть от его содержания в момент t_{i-1} , т. е.

$$\Delta x_i = eF(x_{i-1}),$$

где e_i — независимая случайная величина, «импульс» i -момента.

Так как длительность метаморфических (метасоматических) процессов может достигать первых десятков миллионов лет (⁷), количество импульсов можно считать достаточно большим, а их величину Δx_i бесконечно малой. В этом случае применима центральная предельная теорема, согласно которой сумма независимых величин распределена асимптотически нормально. Суммарное действие всех k -импульсов составляет

$$\sum_{i=1}^k e_i = \sum_{i=1}^k \frac{\Delta x_i}{F(x_{i-1})},$$

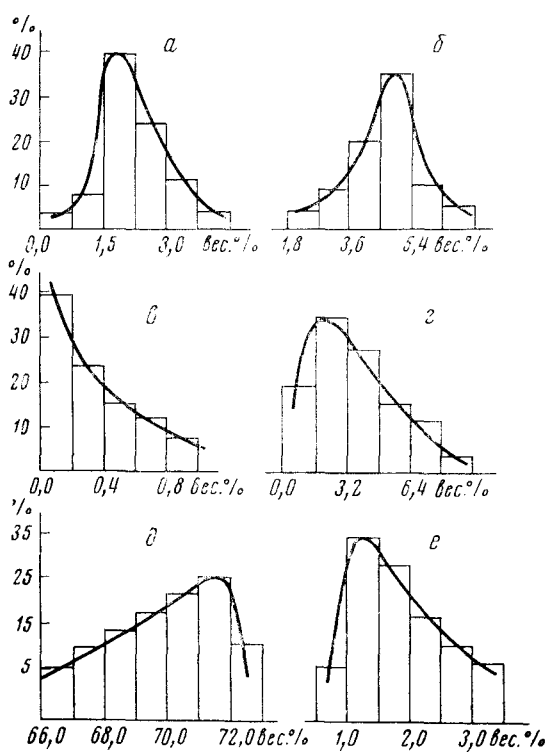


Рис. 1. Типы кривых распределения породообразующих окислов в метаморфических породах. *а, б* — в кристаллических сланцах обрамления гнейсовых комплексов: *а* — K_2O , *б* — Na_2O ; *в, г* — в гнейсах: *в* — Fe_2O_3 , *г* — MgO ; *д, е* — в плагио-гранито-гнейсах: *д* — SiO_2 , *е* — FeO

$$E = \int \frac{dx}{F(x)}.$$

Величина E распределена при этом асимптотически нормально.

Как показывают минералог-петрографические исследования, привнос (вынос) компонента всегда регламентируется его предшествующей массой (содержанием в породе), что, в свою очередь, определяется устойчивостью тех или иных минералов при данных термодинамических условиях. Поэтому, вероятно, следует говорить о предельных концентрациях компонента C_k как при выносе, так и при привносе его. Если же в процессе метасоматических превращений не достигается полного равновесия, то для случая выноса, например,

$$F(x) = x, \text{ а } E = \int \frac{dx}{x}, \quad E = \lg x.$$

Так как величина $\lg x$ распределена асимптотически нормально, то величина x распределена логнормально (рис. 1 а). В аналогичных условиях для случая привноса

$$F(x) = \frac{1}{x}, \quad \text{а} \quad E = \int x dx = \frac{x^2}{2}.$$

Произведя несложные математические пересчеты, приходим к выводу, что распределение содержания накапливаемого компонента x должно приближаться к теоретической g -нормальной модели (рис. 1б). Эмпирическими распределениями, соответствующими описанным выше моделям, чаще других характеризуются содержания щелочей K_2O и Na_2O . При этом обычно отмечается несоответствие кривых распределения этих компонентов; нередко для них характерны кривые, представляющие собой зеркальные отображения. В редких случаях к логнормальной и g -нормальной моделям приближаются эмпирические распределения CaO , Al_2O_3 , MgO и FeO .

Вводя в расчеты $F(x) = C_k - x$ или $(C_k - x)/x$, получим распределения x для случаев предельного насыщения компонента, а при $F(x) = x - C_k$ — для случая выноса компонента. Интегрируя соответствующие выражения и подставляя затем соответствующие значения x и C_k , получим ряд кривых с резко выраженной асимметрией, причем лишь одна из ветвей этих кривых асимптотически выноскивается. Как и в случае логнормального и g -нормального распределения, правосторонняя асимметрия характеризует распределение компонента, испытывавшего процесс выноса, а левосторонняя — привнос (рис. 1 в, е). Среди эмпирических распределений химических компонентов метаморфических пород отмеченным выше моделям соответствуют обычно кривые распределения SiO_2 , Al_2O_3 , CaO , реже Na_2O , K_2O , FeO , MgO .

В случае интенсивно проявляемых метасоматических процессов для ряда выносимых компонентов $C_k \rightarrow 0$, и их концентрации можно сопоставить с маловероятными событиями, описываемыми формулой Пуассона, где единственным параметром распределения является $\lambda = np$ (n — число определений, p — вероятность события). Такие условия создаются, например, в ядрах гнейсово-мigmatитовых комплексов, где интенсивно проявлены процессы гранитизации пород, сопровождающиеся уменьшением содержания железо-магнетитовых компонентов.

Если $\lambda \leq 1$, то кривая не имеет максимума; среди эмпирических кривых ей обычно соответствует распределение Fe_2O_3 (рис. 1г). При $\lambda > 1$ кривая распределения Пуассона обладает одним максимумом, а с увеличением этой величины асимметрия уменьшается. Такие кривые обычны для распределений MgO и FeO . Интерпретируя сказанное в геологическом аспекте, необходимо отметить, что распределение компонента соответствует

кривой типа $\lambda < 1$ в том случае, если он не входит в кристаллическую решетку устойчивых при данных термодинамических условиях порообразующих минералов и не создает в породе концентраций, превышающих интервал статистической выборки. Наличие максимумов кривых свидетельствует о присутствии устойчивых минеральных фаз, создающих в породе концентрации данного компонента, превышающие интервал статистической выборки.

Отмеченными выше моделями исчерпываются варианты распределений основных порообразующих окислов в исследованных разновидностях метаморфических пород. Достоверность геохимической интерпретации описанных моделей всегда подтверждается результатами минералогического-петрографических исследований. Например, редкий случай левосторонней асимметрии кривых распределения FeO и MgO отмечается для гранатовых, амфиболовых, кордиеритовых разновидностей сланцев, представляющих собой своеобразные продукты железо-магнезального метасоматоза — «базификаты». Для каждой разновидности метаморфических пород всегда отмечается строго определенный набор кривых распределения компонентов, отражающий общую направленность метасоматических процессов.

Предложенная методика обработки аналитических данных и их геохимической интерпретации в комплексе с полевыми наблюдениями может быть привлечена для объективного решения таких вопросов, как последовательность и характер процессов формирования тех или иных разновидностей метаморфических пород, их взаимосвязи и взаимообусловленности, источника щелочей и других химических элементов, а также различных вопросов металлогении.

Свердловский горный институт
им. В. В. Вахрушева

Поступило
17 VII 1975

ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Б. И. Белов, Математические методы геохимических исследований, М., «Наука», 1966.
- ² А. Б. Вистелиус, Геология и геофизика, № 7 (1963).
- ³ А. В. Канцель, Изв. АН СССР, сер. геол., № 10 (1966).
- ⁴ Г. Крамер, Математические методы статистики, ИЛ, 1948.
- ⁵ Г. А. Кейльман, А. П. Гревцова, С. Г. Паняк, Геолого-радиологическая интерпретация несходящихся значений возраста, «Наука», 1973.
- ⁶ В. Я. Левин, Щелочная провинция Ильменских — Висневых гор, «Наука», 1974.
- ⁷ Е. А. Мазина, А. И. Райхлин, Магматические формации, метаморфизм, металлогения Урала, ч. VI, Свердловск, 1968.
- ⁸ Н. К. Разумовский, ДАН, т. 28, № 9 (1940).
- ⁹ Н. К. Разумовский, Зап. Ленингр. горн. ин-та, т. 20 (1948).
- ¹⁰ Д. А. Родионов, ДАН, т. 141, № 3 (1961).
- ¹¹ Д. А. Родионов, Геохимия, № 2 (1963).
- ¹² А. С. Фаас, О. В. Сарманов, Вопросы математической геологии, «Наука», 1968.
- ¹³ L. H. Ahrens, Geochim. et cosmochim. acta, v. 5, № 2; v. 6, № 2—3 (1954).
- ¹⁴ J. J. W. Rodgers, J. A. Adams, ibid., v. 27, № 7 (1963).
- ¹⁵ D. M. Shaw, ibid., v. 23, № 1—2 (1961).