

АКАДЕМИЯ НАУК СОЮЗА ССР

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ  
ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ  
АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ СССР

АТОМИЗДАТ ■ МОСКВА ■ 1968

# Атомная Энергия

Ежемесячный журнал  
год издания двенадцатый

Том 25 ■ Октябрь ■ Вып. 4

Главный редактор  
М. Д. МИЛЛИОНИЧКОВ

Заместители главного  
редактора:  
Н. А. ВЛАСОВ, И. А. КОЛОКОЛЬЦОВ

Редакционная коллегия:

А. И. АЛИХАНОВ, А. А. БОЧВАР, А. П. ВИНОГРАДОВ, И. Н. ГОЛОВИН,  
Н. А. ДОЛЖЕКАЛЬ, А. П. ЗЕФИРОВ, В. Ф. КАЛИНИН, А. К. КРАСИН,  
А. И. ЛЕЙПУНСКИЙ, В. В. МАТВЕЕВ, М. Г. МЕЩЕРЯКОВ, Н. Н. ПАЛЕЙ,  
Д. Л. СИМОНЕЦКО, В. И. СМИРНОВ, В. С. ФУРСОВ, В. Б. ШЕВЧЕНКО.

## СОДЕРЖАНИЕ

### СТАТЬИ

- В. Б. Осипов, Р. В. Джагаппанин, А. С. Штань,  
В. М. Симонов, С. В. Мамиконян, Л. Д. Солодихина,  
Д. П. Бодров, С. В. Голубков, Ю. Г. Лискин.  
Радиационный сульфохлоратор РС-2,5 . . . . . 271  
Г. Н. Баласанов, Д. Я. Суражский, Б. А. Чумаченко,  
А. А. Деригин, Е. П. Власов. Использование ма-  
тематических методов при поисках месторождений  
урана . . . . . 274  
А. А. Шолохов, В. Е. Минанин. Теплообмен при про-  
дольном течении жидкости в пучках стержней . . . . . 280  
Б. Н. Селиверстов, А. И. Ефанов, Ю. М. Быков,  
П. А. Гаврилов, Л. В. Константинов. Некоторые  
вопросы приложения статистических методов  
к задачам оперативного исследования кинетиче-  
ских характеристик реакторов . . . . . 287  
В. И. Голубев, Н. Д. Голяев, А. В. Звонарев, М. Н. Зи-  
зин, Ю. Ф. Колеганов, М. Н. Николаев, М. Ю. Ор-  
лов. Распространение нейтронов в двуокиси  
урана  
Часть I. Пространственно-энергетические распре-  
деления . . . . . 292  
Л. П. Абагян, В. И. Голубев, Н. Д. Голяев, А. В. Зво-  
нарев, Ю. Ф. Колеганов, М. Н. Николаев,  
М. Ю. Орлов. Распространение нейтронов в дву-  
окиси урана  
Часть II. Допплер-эффект на  $U^{235}$  . . . . . 297  
А. И. Громова, И. К. Моро佐ва, В. В. Герасимов. Влия-  
ние облучения на электрохимическое поведение  
конструкционных материалов . . . . . 302  
Р. А. Беляев, Ю. И. Данилов, С. А. Фураев. Корро-  
зия длинномерных изделий из окиси бериллия  
в газовых влагосодержащих потоках . . . . . 305  
А. Ф. Настоящий. О функции распределения электро-  
нов в неоднородной слабоионизированной плазме . . . . . 308

### АННОТАЦИИ ДЕПОНИРОВАННЫХ СТАТЕЙ

- Р. В. Джагаппанин, В. Б. Осипов, Л. Д. Солодихина,  
Ю. Г. Лискин, А. И. Гершенович. Опыт эксплуата-  
ции радиационно-химического сульфохлоратора  
РС-2,5 . . . . . 314  
В. Б. Осипов, Л. Д. Солодихина, Д. П. Бодров,  
В. М. Симонов, Р. В. Джагаппанин. Применение  
кассет сферической формы для создания протяжен-  
ных облучателей опытно-промышленных и промыш-  
ленных радиационно-химических установок . . . . . 315  
Э. И. Кузнецов. Время жизни заряженных частиц в  
в плазме на установке «Токамак ТМ-3» . . . . . 315  
Н. С. Мартынова, И. В. Василькова, М. П. Сусарев,  
С. С. Толкачев. Термографическое и рентгено-  
структурное изучение системы  $UCl_4 - KCl - NaCl$  . . . . . 316  
В. Ф. Баранов, О. А. Павловский. О прохождении  
электронов через вещество . . . . . 317  
П. П. Зольников, Е. Г. Голиков, К. А. Суханова,  
Б. Л. Двигининов. Отражение тормозного излучения  
бетатрона барьераами из различных материа-  
лов . . . . . 318  
П. А. Фефелов. Исследование влияния излучений  
на прочность стеклопластиков . . . . . 318

### ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

- В. Б. Осипов, В. П. Гутеев, Р. В. Джагаппанин,  
А. И. Гершенович, С. В. Голубков. Технико-эконо-  
мические аспекты радиационного способа произ-  
водства сульфоната . . . . . 320  
Н. Т. Чеботарев, А. В. Безносикова. Исследование  
структурь соединения  $CaUF_6$  . . . . . 321  
Б. П. Причинин. К динамике выделения накопленного  
радона при нагревании горной породы . . . . . 324

235307



Предположение об эффекте насыщения может быть распространено на все случаи, когда имеет место обратимая реакция взаимодействия газового потока с материалом стенки канала или когда материал стенки испаряется в поток нейтрального газа. Это подтверждается результатами экспериментов, проведенных по аналогичной методике на длинномерных изделиях из  $\text{Al}_2\text{O}_3$  [предполагается взаимодействие с водяными парами по реакции  $\text{Al}_2\text{O}_3 + 3\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons 2\text{Al(OH)}_3$ ], а также опытами с нафталином (испарение в поток нейтрального газа), проведенными на специальной установке, представляющей собой длинную кварцевую трубу, в которую вплотную друг к другу закладывались лодочки, залитые нафталином (рис. 4, 5).

#### Выводы

1. Подтверждено высказанное ранее предположение о действии эффекта насыщения.

2. Абсолютная величина удельных массовых потерь зависит от отношения длины испытываемых образцов к их диаметру. Результаты исследования коррозии, полученные на короткомерных образцах, нельзя распространять на длинномерные изделия.

3. При неравномерном нагреве трубок положение максимума локальной скорости коррозии

может не совпадать с положением максимума температуры.

4. Указанные выше выводы можно распространить на широкий круг материалов стенки канала, взаимодействующих с газовым потоком по реакции типа  $A$  (тв.) +  $B$  (газ)  $\rightleftharpoons$   $C$  (газ) или испаряющихся в поток нейтрального газа.

Поступила в Редакцию 22/IX 1967 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. C. Hutchison, J. Malm. EACD-2345 (1947).
2. C. Hutchison, J. Malm. J. Amer. Chem. Soc., 71, 1338 (1949).
3. M. Berkman, S. Simon. US AEC ANL-4177 (1948).
4. L. Grobweiner, R. Seifert. J. Amer. Chem. Soc., 74, 2701 (1952).
5. J. Elston, R. Caillat. Corrosion of Beryllium Oxide. A/Conf. 15/P/1147. Franse, June 1958; J. Elston, R. Caillat. Proc. of the Second Intern. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy. Geneva, Unit. Nat., 1958, vol. 5, p. 334.
6. J. Elston. Nucl. Power, 5, No. 48, 131 (1960).
7. W. Young. J. Physical Chem., 60, 1003 (1960).
8. Р. А. Беляев. Окись берилля. М., Госатомиздат, 1962.
9. M. Kisson. J. Nucl. Materials, 1, 196 (1959).
10. Р. А. Беляев, Ю. И. Данилов, С. А. Фурман. «Огнеупоры», № 10 (1968).
11. В. П. Пребраженский. Теплотехнические измерения и приборы. М., Гостехиздат, 1953.
12. С. Г. Попов. Измерение воздушных потоков. М.—Л., Гостехиздат, 1947.

## О функции распределения электронов в неоднородной слабоионизованной плазме

А. Ф. Настоящий

Известно, что в достаточно сильных электрических полях (сильно неоднородной плазме) максвелловское распределение электронов в газе нарушается. Это относится прежде всего к распределению электронов в области больших скоростей, т. е. на крыльях функции распределения.

Характер распределения электронов по скоростям определяется воздействием электрических полей и процессов диффузии в плазме и перераспределением электронов в энергетическом пространстве в результате столкновений между собой, а также с другими частицами плазмы. Получить аналитическое выражение для функции распределения в самом общем случае не представляется возможным. Известны только некоторые частные решения. Например распределение Дрювестейна — Давыдова [1, 2] для электронов в однородном электрическом

поле, полученное в пренебрежении электронно-электронными столкновениями, решения уравнения Власова (пренебрегается любыми столкновениями вообще [3, 4]) и др.

В последнее время большое внимание уделяется вопросам физики пространственно неоднородной плазмы (как в связи с газовым разрядом вообще, так и с такими новейшими применениями низкотемпературной плазмы, как МГД-генераторы [5], термоэмиссионные преобразователи [6] и др.). В литературе, однако, отсутствуют какие-либо работы, посвященные кинетике неоднородной плазмы. Применение обычных [2, 7] методов кинетики при исследовании электронов в неоднородной плазме связано с некоторыми дополнительными математическими трудностями. Предлагаемый ниже подход позволяет существенно упростить известную систему уравнений для угловых моментов [2, 7],

в результате чего задача может быть сведена к решению некоторого дифференциального уравнения второго порядка.

#### Вывод дифференциального уравнения для функции распределения электронов

В слабоионизованной плазме основной интерес представляет, как правило, распределение электронов в области больших скоростей (его необходимо знать для вычисления скоростей возбуждения, ионизации газа и пр.). Для быстрых электронов с энергиями выше потенциала возбуждения атома частота кулоновских столкновений обычно мала по сравнению с частотой соударений электронов с нейтральными частицами. Соответствующие условия реализуются, например, в плазме инертных газов с присадками щелочных металлов [5], а также в термоэмиссионных преобразователях. Напротив, для медленных электронов с энергиями порядка тепловой частота межэлектронных столкновений может быть большой.

При большой частоте упругих столкновений функция распределения электронов  $f$  близка к сферически симметричной. Следовательно, для ее вычисления можно воспользоваться обычными разложениями по полиномам Лежандра [2, 7]. В условиях, когда относительный прирост энергии частицы за время свободного пробега мал, можно ограничиться первыми двумя членами разложения:

$$f = f_0(v^2) + \frac{v}{v} f_1(v^2) + \dots \quad (1)$$

После подстановки выражения (1) в исходное кинетическое уравнение можно получить систему уравнений для определения  $f_0, f_1$  [7, 8]:

$$\begin{aligned} \frac{v}{3} \operatorname{div}_r \mathbf{f}_1 - \frac{e}{3mv^2} \cdot \frac{\partial}{\partial v} (v^2 E \mathbf{f}_1) = \\ = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial}{\partial v} v^2 \left( D_{\parallel} \frac{\partial f_0}{\partial v} - A f_0 \right); \end{aligned} \quad (2)$$

$$v \operatorname{grad}_r f_0 - \frac{eE}{m} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial v} - \frac{e}{mc} [\mathbf{H}, \mathbf{f}_1] = -v(v) \mathbf{f}_1, \quad (3)$$

где  $E$  и  $\mathbf{H}$  — электрические и магнитные поля соответственно;  $v = v(v)$  — частота столкновений электронов с нейтральными частицами; остальные обозначения общепринятые [7, 8]. Форма записи правой части (2) соответствует предположению о том, что медленные («полевые») электроны с энергиями порядка тепловой имеют максвелловское распределение по скоростям; столкновениями быстрых электронов между собой пренебрегается. Кинетические

коэффициенты  $D_{\parallel}, A$  определяются выражениями

$$\left. \begin{aligned} D_{\parallel} &= m^{-1} [v_e(v) T_e + \delta_{up} v(v) T]; \\ A &= -v [v_e(v) + \delta_{up} v(v)], \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $v_e = v_e(v)$  — частота кулоновских столкновений с медленными частицами, имеющими температуру  $T_e$ ;  $\delta_{up} = 2mM^{-1}$  — доля энергии, теряемой электроном при столкновении с тяжелой частицей массы  $M$ ;  $T$  — температура тяжелых частиц.

Математическое исследование неоднородной плазмы можно существенно упростить, если в системе уравнений (2), (3) перейти к новым переменным, используя в качестве одной из них выражение для полной энергии частицы (включая ее потенциальную часть):

$$\bar{x} = x; \bar{y} = y; \bar{z} = z; \bar{\epsilon} = \epsilon - e\varphi(x, y, z), \quad (5)$$

где  $\varphi$  — электрический потенциал;  $\epsilon = \frac{mv^2}{2}$  — кинетическая энергия частицы. После замены переменных система уравнений (2), (3) примет вид

$$\operatorname{div}_{\bar{r}} (\epsilon \mathbf{f}_1) = \frac{3}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left( d_{\parallel} \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} - a f_0 \right); \quad (6)$$

$$\operatorname{grad}_{\bar{r}} f_0 = l_H^{-1} [\mathbf{h}, \mathbf{f}_1] - l^{-1} \mathbf{f}_1. \quad (7)$$

Здесь  $l_H = v\omega_H^{-1}$  — ларморовский радиус;  $l = vv^{-1}$  — длина пробега электрона;  $\mathbf{h}$  — единичный вектор в направлении магнитного поля. Для электрон-электронных соударений новые коэффициенты  $a$  и  $d_{\parallel}$  зависят только от параметров среды и не зависят от скорости:

$$d_{\parallel} = m^3 v^2 D_{\parallel}; \quad a = m^2 v^2 A. \quad (8)$$

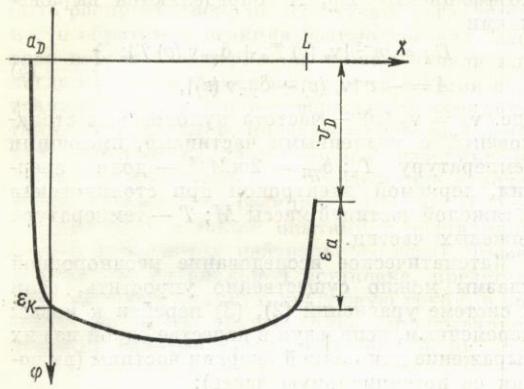
Изотропная часть функции распределения в переменных  $\bar{r}, \bar{\epsilon}$ , удовлетворяет, как следует из выражений (6) и (7), дифференциальному уравнению

$$\begin{aligned} \operatorname{div}_{\bar{r}} \frac{\epsilon l}{1 + (l/l_H)^2} \left( \operatorname{grad}_{\bar{r}} f_0 + \frac{l}{l_H} [\mathbf{h}, \operatorname{grad} f_0] \right) + \\ + \frac{3}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left( d_{\parallel} \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} - a f_0 \right) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Границные условия к уравнению (9) записываются в зависимости от конкретной постановки задачи. Некоторые примеры аналитических решений этого уравнения приведены ниже.

#### Функция распределения электронов в приближении лоренцева газа

Рассмотрим для простоты одномерную задачу, когда распределения нейтрального газа, электрического потенциала и пр. являются



Типичное распределение потенциала в разряде.

функциями только одной координаты  $x$ . Предположим, что рассеяние электронов чисто упругое. «Охлаждением» рассматриваемых электронов вследствие столкновений с другими частицами пренебрежем. Тогда уравнения (6), (7) примут вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\bar{\varepsilon} + \varphi) f_1 = 0; \quad \frac{\partial f_0}{\partial x} = -I^{-1} f_1. \quad (10)$$

В результате интегрирования системы уравнений (10) получим

$$f_1 = \frac{F_1(\bar{\varepsilon})}{\bar{\varepsilon} + \varphi};$$

$$f_0(\bar{x}, \bar{\varepsilon}) = f_0(0, \bar{\varepsilon}) - F_1(\bar{\varepsilon}) \int_0^{\bar{x}} \frac{d\bar{x}'}{(\bar{\varepsilon} + \varphi) l}, \quad (11)$$

где  $F_1(\bar{\varepsilon})$  — некоторая произвольная функция, конкретный вид которой находится из граничных условий.

Рассмотрим в качестве примера распределение электронов в плазме разряда между двумя плоскопараллельными электродами [6]. Типичное распределение потенциала в разряде [9] показано на рисунке. В ленгмюровском слое толщиной порядка дебаевского радиуса  $a_D$  потенциал испытывает резкие изменения (катодное и анодное падения  $\varepsilon_K$ ,  $\varepsilon_a$ ), в самой плазме потенциал изменяется относительно медленно. Приняв дебаевский размер малым ( $a_D \ll l$ ), будем учитывать ленгмюровские слои посредством граничных условий к задаче.

Функцию распределения на границе плазмы можно найти, если воспользоваться следующими соображениями. В ленгмюровском слое

распределение электронов эмиссии по скоростям при  $a_D \ll l$  представляет собой функцию от интеграла движения  $\bar{\varepsilon}_x$  [3, 4]:

$$\left. \begin{aligned} f_s|_{x=0} &= \frac{m^2 j_s}{2\pi T_K^2} \exp\left(-\frac{\varepsilon_\perp + \bar{\varepsilon}_x}{T_K}\right); \\ \bar{\varepsilon}_x &= \frac{mv_x^2}{2} - e\varphi; \quad \varepsilon_\perp = \frac{m}{2}(v_y^2 + v_z^2), \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где  $T_K$  — температура катода;  $j_s$  — плотность тока эмиссии. Направления скоростей электронов, обладающих энергией  $\varepsilon$ , оказываются заключенными в некотором конусе с углом раствора  $\theta = \arccos \sqrt{\varphi \varepsilon^{-1}}$ . С учетом этого плотность потока электронов эмиссии с данной энергией  $\varepsilon$  через границу раздела плазмы с металлом определяется выражением

$$j_s(\varepsilon) d\varepsilon = 2\pi f_s(\varepsilon - \varepsilon_K) d\varepsilon. \quad (13)$$

Обратный поток частиц  $j_r(\varepsilon)$  в направлении от плазмы к металлу можно найти, если учесть, что на электрод могут попасть только те электроны, которые летят к поверхности металла под углом, не превышающим  $\theta \leq \theta_m = \arccos \sqrt{\varepsilon_m^{-1}}$ , где  $\varepsilon_m$  — высота барьера. Отсюда следует

$$\begin{aligned} j_r(\varepsilon) d\varepsilon &= 2\pi \int_0^{\theta_m} (f_0 \pm f_1 \cos \theta) v^3 dv \cos \theta \sin \theta d\theta \equiv \\ &\equiv 2\pi f_0(\varepsilon) (\varepsilon - \varepsilon_m) \pm \frac{4\pi}{3} f_1(\varepsilon) \varepsilon \left[ 1 - \left( \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_1} \right)^{3/2} \right] d\varepsilon \end{aligned} \quad (14)$$

(знаки плюс и минус относятся к аноду и катоду соответственно).

Приравняв результатирующие потоки частиц через границы раздела потоку электронов в плазме, получим

$$\begin{aligned} f_0(0, \bar{\varepsilon}) &= \frac{m^2 j_s}{2\pi T_K} e^{-\frac{\bar{\varepsilon}}{T_K}} \times \\ &\times \frac{1 + \left( \frac{\varepsilon_a}{\bar{\varepsilon} + \varepsilon_L} \right)^{3/2} + \frac{3}{2} (\bar{\varepsilon} + v_D) \int_0^L \frac{d\bar{x}}{(\bar{\varepsilon} + \varphi) l}}{1 + \left( \frac{\varepsilon_a}{\bar{\varepsilon} + \varepsilon_L} \right)^{3/2} + \left( 1 + \frac{v_D}{\bar{\varepsilon}} \right) \times} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} F_1(\bar{\varepsilon}) &= \frac{3}{2} \cdot \frac{(\bar{\varepsilon} + v_D) f_0(0, \bar{\varepsilon})}{1 + \left( \frac{\varepsilon_a}{\bar{\varepsilon} + \varepsilon_L} \right)^{3/2} + \frac{3}{2} (\bar{\varepsilon} + v_D) \int_0^L \frac{d\bar{x}}{(\bar{\varepsilon} + \varphi) l}}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\varepsilon_L = \varepsilon_a + v_D$  — потенциал плазмы у анода \*.

В предельном случае малой длины пробега ( $l \ll L$ ) выражения (15), (16) существенно упрощаются:

$$f_0(0, \bar{\varepsilon}) = \frac{m^2 j_s}{2\pi T_K^2} e^{-\frac{\bar{\varepsilon}}{T_K}}; \quad F_1(\bar{\varepsilon}) = \frac{f_0(0, \bar{\varepsilon})}{\int_0^L \frac{dx}{(\bar{\varepsilon} + \varphi) l}}. \quad (17)$$

Используя полученные выражения для функций  $f_0(0, \bar{\varepsilon})$  и  $F_1(\bar{\varepsilon})$ , можно составить, согласно выражениям (1), (15) и (16), полную функцию распределения в зависимости от переменных  $x, \theta, \bar{\varepsilon}$ . Распределение потенциала в разряде обычно определяется распределением медленных электронов и, следовательно, может быть задано независимо [10].

В принципе помимо рассмотренного случая возможны и другие типы источников (или стоков) частиц на границах.

#### Релаксация функции распределения быстрых электронов в результате межэлектронных столкновений

При большой концентрации заряженных частиц в плазме соударения электронов между собой могут играть существенную роль. Вследствие этого наряду с диффузией частиц в координатном пространстве должна возникать также «диффузия» электронов в пространстве скоростей.

Рассмотрим максвеллизацию некоторой группы быстрых электронов, инжектируемых в плазму. Для простоты ограничимся, как и в предыдущем разделе, одномерным случаем. Примем, что длина упругого пробега уменьшается с энергией как  $l \propto \varepsilon^{-1}$  и не зависит от координат. При этом процесс максвеллизации описывается уравнением

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial^2 f_0}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( d_{\parallel} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - a f_0 \right) = 0, \quad (18)$$

где величина  $g^{-1} = \frac{2}{3} (\bar{\varepsilon} + \varphi) l$  не зависит от энергии.

Нетрудно видеть, что это уравнение допускает разделение переменных. Будем искать решение

\* Приведенная в работе [10] функция распределения составлена так, чтобы получался правильный результат в пределе  $lL^{-1} \gg 1$ . Это позволяет рассматривать режимы дуги с  $l \sim L$ .

в виде

$$f_0(\bar{x}, \bar{\varepsilon}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_k(x; k) e^{-ik\varepsilon} dk, \quad (19)$$

где функции  $\psi_k(\bar{x}; k)$  удовлетворяют следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} - s_k b(\bar{x}) \psi_k = 0, \quad (20)$$

где  $s_k = k^2 T_e + ik$ ;  $b(x) = -a(x) g > 0$ . Общее решение этого уравнения можно представить в виде

$$\psi_k(\bar{x}; k) = B_k^+ \psi_k^+(\bar{x}; k) + B_k^- \psi_k^-(\bar{x}; k), \quad (21)$$

где постоянные  $B_k^+, B_k^-$  находятся исходя из граничных условий. В качестве последних можно использовать, например, следующие краевые условия:

$$f_0(0, \bar{\varepsilon}) = C_{10} \delta(\bar{\varepsilon}) e^{-\frac{\bar{\varepsilon}}{T_K}} + C_{20} \delta(\bar{\varepsilon} + \varphi) e^{-\frac{\bar{\varepsilon}}{T_K}}; \quad (22)$$

$$f_0(L, \bar{\varepsilon}) = C_{2L} \delta(\bar{\varepsilon} + \varphi) e^{-\frac{\bar{\varepsilon}}{T_e}}, \quad (23)$$

где

$$\delta(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Это означает, что вблизи катода помимо медленных электронов с температурой  $T_e$  присутствуют также быстрые электроны, ускоренные катодным падением. Предполагается, что длина максвеллизации меньше величины межэлектродного зазора ( $l_e \ll L$ ).

Согласно выражениям (22), (23), фурье-трансформанты  $\psi_k$  на границах должны быть равны

$$\begin{aligned} \psi_k(0) = \\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ \frac{C_{10} T_K}{1 - ik T_K} + \frac{C_{20} T_e}{1 - ik T_e} \exp \left( \frac{1 - ik T_e}{T_e} \varepsilon_K \right) \right]; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\psi_k(L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{C_{2L} T_e}{1 - ik T_e} \exp \left( \frac{1 - ik T_e}{T_e} \varepsilon_L \right). \quad (25)$$

Основная трудность задачи заключается в решении уравнения (20) с заданной функцией  $b(x)$ , т. е. с заданным распределением плотности медленных электронов. В практически интересных случаях эта трудность усугубляется еще и тем, что приходится решать, как правило, некоторую самосогласованную задачу.

Аналитические решения уравнения (20) могут быть получены только при некоторых простых распределениях плотности «холодной» плазмы.

В качестве примера рассмотрим следующий простой случай:

$$b(\xi) = b_0 (\xi_0 - \xi)^{-2}, \quad (26)$$

где  $\xi = xL^{-1}$ ,  $\xi_0 = x_0 L^{-1} > 1$ . При этом собственные функции уравнения (19) равны

$$\psi_k^\pm(x; k) = (\xi_0 - \xi)^{p_\pm}, \quad (27)$$

где  $p_\pm = \frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + b_0 s_h L^2}$ . Коэффициенты  $B_k^+$ ,  $B_k^-$  легко находятся из сопоставления функции (24) с ее значениями на границах (24), (25).

Уравнение (18) в принципе можно использовать для определения функции распределения электронов в однородном электрическом поле. Однако решение этого уравнения легко находится только при  $v(v) \sim v^{3/2}$ . Это решение совпадает с соответствующим результатом (2.П).

Используя полученные результаты, можно вычислить скорость неравновесной ионизации (возбуждения) газа, возникающей в процессе релаксации функции распределения электронов пучка. В область энергий выше потенциала возбуждения газа ( $\varepsilon > \varepsilon^*$ ) электроны поступают в результате смещения по энергиям в соответствии с пройденной разностью потенциалов и диффузии за счет дальних кулоновских столкновений. Исходя из уравнения непрерывности для ионов, нетрудно показать, что на расстоянии порядка ширины зоны неравновесной ионизации  $l_E$  плазма оказывается сильно неоднородной:

$$\frac{\Delta n}{n_0} = \frac{n(l_E)}{n(0)} - 1 \approx \frac{l_E}{l_i} \gg 1, \quad (28)$$

поскольку длина пробега в газе  $l_i \ll l$  и, кроме того, согласно принятому предположению,  $l \ll l_E$ . Возникающие в неоднородной плазме амбиополярные поля оказывают существенное влияние на число электронов с энергиями  $\varepsilon > \varepsilon^*$ .

В работе [11] была вычислена скорость неравновесной ионизации в цезии при следующих предположениях: 1) на длине зоны неравновесной ионизации плазма однородна; 2) ширина самой зоны велика по сравнению с длиной упругого пробега электрона ( $l \ll l_E$ ). Согласно приведенным оценкам (28), эти два предположения являются взаимно противоречивыми, что приводит к большим ошибкам в расчетах.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Система уравнений (2), (3) (пренебрежении пространственными градиентами и магнитным полем) использовалась А. В. Гуревичем [12] для исследования влияния электрон-электронных соударений на крылья

функции распределения электронов в однородном электрическом поле. В более общем случае при наличии магнитного поля и с учетом «остывания» электронов при столкновениях с тяжелыми частицами получим

$$f_0 = C \exp \int_0^v \frac{A}{D_{||}^{\text{эфф}}} dv; \quad D_{||}^{\text{эфф}} = D_{||} + \frac{e^2 E_{||}^2}{3v} + \frac{e^2 E_{\perp}^2 v}{3(\omega_H^2 + v^2)}, \quad (1.\Pi)$$

где  $E_{||}$ ,  $E_{\perp}$  — составляющие вектора электрического поля вдоль и поперек магнитного поля;  $\omega_H = \frac{eH}{mc}$  — частота ларморовского вращения электрона.

При  $v_e \ll \delta_{\text{уп}}$  и  $E_{\perp} = 0$  из выражения (1.П) следует, в частности, обычное распределение Дрюестейна — Давыдова. При доминирующей роли межэлектронных столкновений

$$f_0 = C \exp \left\{ -m \int_0^v \frac{v dv}{T_e + \frac{e^2 E_{||}^2}{3mv_e} + \frac{e^2 E_{\perp}^2 v}{3m(\omega_H^2 + v^2)}} \right\}. \quad (2.\Pi)$$

Как следует из выражения (6), магнитное поле оказывает существенное влияние на распределение электронов по скоростям. Заметные отклонения от максвелловского распределения в области больших скоростей возникают в электрических полях

$$E_{||} > 2 \frac{\sqrt{v_e v}}{ev} T_e; \quad E_{\perp} > \frac{2\omega_H}{ev} \sqrt{\frac{v_e}{v}} T_e, \quad (3.\Pi)$$

которые являются, вообще говоря, «обычными» для экспериментов с плазмой щелочных металлов, сильно разбавленной инертным газом [5]. Закон, по которому спадает число электронов с увеличением энергии, определяется механизмом упругого рассеяния. Во всех случаях, когда частота столкновений возрастает в зависимости от скорости не быстрее, чем  $v(v) \propto v^3$ , число электронов при больших скоростях должно повышаться по сравнению с максвелловским распределением. Известно, что для электронов в чистом газе функция распределения обычно спадает быстрее, чем по Максвеллу (вследствие большой частоты неупругих столкновений) [13].

Поступила в Редакцию 11/X 1967 г.  
В окончательной редакции 19/III 1968 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М. Друустейн. Physica, **10**, 61 (1930).
2. Б. И. Давыдов. ЖЭТФ, **7**, 1069 (1937).
3. А. А. Власов. Теория многих частиц. М., Госхизтехиздат, 1952.
4. М. И. Каганов, Р. Я. Кучеров, Л. Э. Рикенглаз. ЖТФ, **XXXI**, 588 (1961).
5. А. А. Веденов, Е. П. Велихов. Доклад СМ-74/214, представленный СССР на Международном симпозиуме по МГД-генераторам (Зальцбург, 1966); А. Ф. Витшас и др. Там же, доклад СМ-74/85; Ю. М. Волков. Там же, доклад СМ-74/86.
6. А. Ф. Настоящий. «Теплофизика высоких температур», **2**, 927 (1964).

7. В. Л. Гинзбург, А. В. Гуревич. «Успехи физ. наук», 70, 201 (1960).
8. Б. А. Трубников. Вопросы теории плазмы. Вып. 1. М., Физматгиз, 1963. Д. В. Сивухин. Там же, вып. 4, 1964.
9. Ю. А. Бырдин, Б. Я. Любимов, А. Ф. Настоящий. «Теплофизика высоких температур», 5, 25 (1967).
10. А. Ф. Настоящий. ЖТФ, XXXVIII, 902 (1968).
11. И. П. Стаканов. ЖТФ, XXXVII, 1277 (1967).
12. А. В. Гуревич. ЖЭТФ, 37, 304 (1959).
13. Ю. М. Каган и др. ЖТФ, XXX, 445 (1961); там же, XXXI, 735 (1962); XXXIV, 2079 (1964); XXXVI, 2219 (1966).

## К сведению авторов

Авторы, направляющие свои рукописи в журнал «Атомная энергия», должны руководствоваться следующими требованиями:

1. Тексты и иллюстративные материалы представляются в трех экземплярах в окончательно отработанном для печати виде.

Содержание статьи должно быть изложено с предельной ясностью и краткостью. Следует избегать повторения данных таблиц и графиков, а также представления численных результатов в виде таблиц и графиков одновременно.

2. Объем обзорных статей, как правило, не должен превышать 20—22 стр., оригинальных статей—10—12 стр., аннотаций депонированных статей—2 стр., писем в редакцию—5 стр. машинописного текста (включая рисунки с подписями, таблицы и библиографию).

3. К статьям и письмам в редакцию должны быть приложены рефераты, составленные по правилам реферативных журналов с четко сформулированной целью и результатами работы.

4. Статьи и рисунки должны быть подписаны всеми авторами. К рукописи необходимо приложить точный адрес, номер телефона, фамилию, полное имя и отчество авторов.

5. Названия всех работ, присылаемых в редакцию, должны быть переведены на английский язык, фамилии и инициалы авторов даны в английской транскрипции. Кроме того, рефераты к статьям должны быть переведены на английский язык (в строгом соответствии с русским рефератом).

6. Цитируемая литература приводится в конце работы общим списком с указанием:

а) для журнальных статей: инициалов и фамилий авторов, названия журнала, номера тома (подчеркнуть) или выпуска, страницы и года (в круглых скобках);

б) для книг: инициалов и фамилий авторов полного названия книги, места издания, издательства и года издания; для иностранных книг указываются также данные русского перевода;

в) для статей в сборниках: инициалов и фамилий авторов статьи, названия сборника, инициалов и фамилии составителя или редактора сборника, части, выпуск, места издания, издательства, года и страницы.

Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

7. Текст рукописей должен быть напечатан на машинке через два интервала по 28—29 строк на одной стороне листа с полями не уже 4 см; рукописные вставки не допускаются.

8. Оформление текста (написание формул, выделение греческих и латинских, строчных и прописных букв, сокращение слов и т. д.) производится в соответствии с общими правилами, принятыми для научно-технических журналов. Трудно различимые в рукописном обозначении буквы и знаки должны быть пояснены на полях.

9. Прилагаемые к тексту таблицы должны быть пронумерованы по порядку; каждая таблица должна иметь заголовок.

10. Рисунки должны быть выполнены черной тушью на бумаге размером 15×20 см; фотографии должны иметь контрастные изображения, размер фотографии 12×18 см.

11. Подписи к рисункам прилагаются на отдельном листе. В тексте должны быть ссылки на рисунки.

12. Редакция посыпает автору только одну корректуру, которую необходимо вернуть в предельно короткий срок.

Рукописи, не соответствующие этим требованиям, не рассматриваются. Отклоненные статьи не возвращаются.